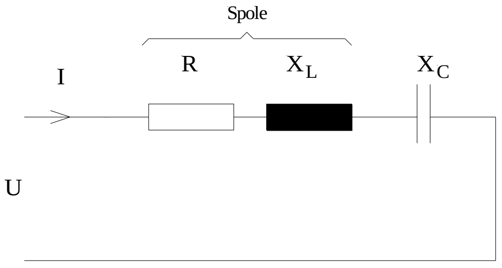
9.1 RESONANS

SERIERESONANS

Figuren nedenfor viser en krets med ideelle komponenter

Figur 9.1.1

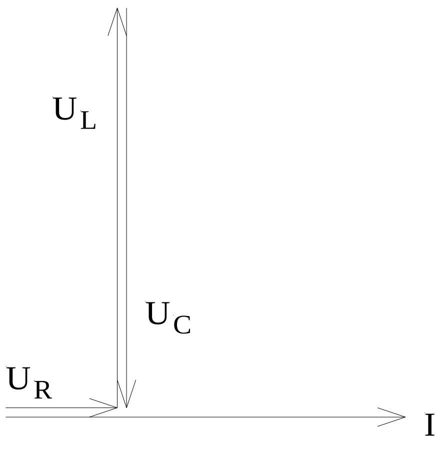


Formelen for impedansen til figur 9.1.1 blir:

$$\overline{Z} = R + jX_L - jX_C \qquad 9.1.1$$

Figur 9.1.2 viser et vektordiagram av en ideell serieresonans kurve:

Figur 9.1.2



Vi ser av figur 9.1.2:

$$U_L = U_C \qquad \text{dette gir} \qquad Z = R$$

Vi kan også sette opp et annet uttrykk for den ideelle serieresonansen:

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

Kretsen i figur 9.1.1 er en svingekrets. Hvis vi regner kretsen som tapsfri dvs ingen demping i kretsen vil den svinge med samme frekvens hele tiden. Den tapsfrie frekvensen har symbolet f_0 . I virkelighet vil vi aldri få en svingekrets som er tapsfri. Alle kretser vil derfor ha en demping. Dempingen i kretsen vist i figur 9.1.4 er representert med en liten resistans i spolen.

For den tapsfrie kretsen får vi når vi ser bort fra den lille resistansen i spolen:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

I formelen over kan vi samle ω_0 på venstre side i likningen. Vi får da:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Vinkelfrekvensen består av $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$. Vi får da uttrykket for den tapsfrie frekvensen f_0.

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}} \qquad 9.1.2$$

For en krets med ideell serieresonans vil faseforskyvningsvinkelen være 0°. Dette gir oss:

$$I_0 = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R} \qquad \text{fordi} \qquad Z_0 = R$$

Når serieresonanskurven beveger seg utenfor det ideelle bruker vi formelen 9.1.3 for å finne impedanskurven og formel 9.1.4 for å finne strømkurven.

Formelen for impedanskurven i figur 9.1.3:

$$\overline{Z} = R + j\omega \cdot L - j\frac{1}{\omega \cdot C} \qquad 9.1.3$$

eller via formelen:

$$\overline{Z} = R + jX_L - jX_C \qquad 9.1.3.A$$

Formelen for strømkurven i figur 9.1.3:

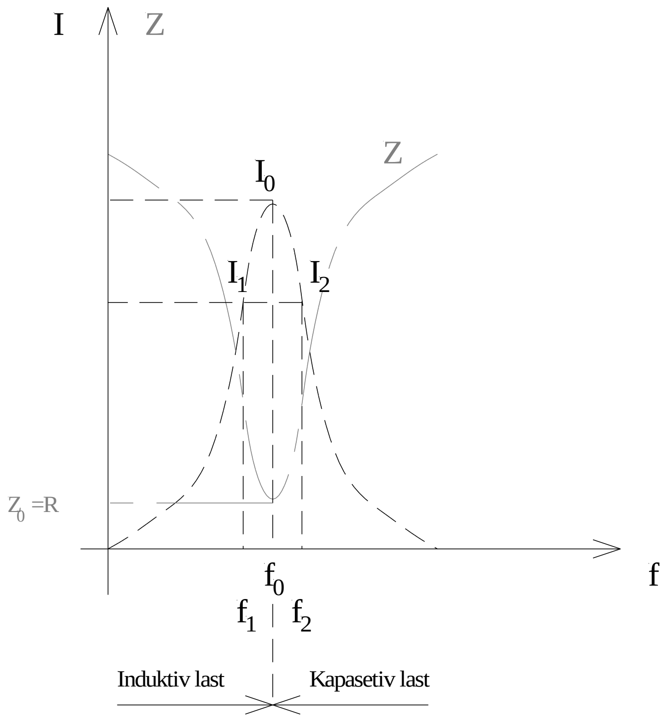
$$\bar{I} = \frac{U}{R + j\omega \cdot L - j\dfrac{1}{\omega \cdot C}} \qquad 9.1.4$$

eller via formelen:

$$\bar{I} = \frac{U}{R + jX_L - jX_C} \qquad 9.1.4.A$$

Av formlene 9.1.3 og 9.1.4 får vi kurvene i diagrammet under:

Figur 9.1.3



For en LC - svingekrets ligger det aktuelle arbeidsområdet mellom f_1 og f_2. Området kalles også båndbredden. Når kretsen er utenfor området er den i et uaktuelt område.

Når strømmen er ved grensefrekvensene f_1 og f_2 er alltid strømmen:

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$$

og

$$I_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$$

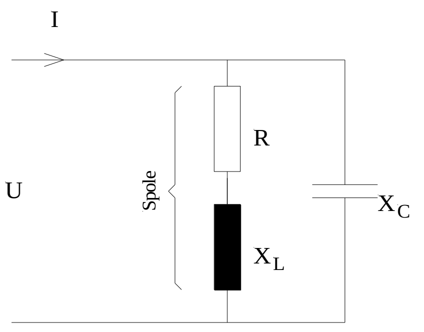
Dvs at I_1 og I_2 er 70,7 % av I_0 .

Ved grenseverdiene I_1 og I_2 er faseforskyvningsvinkelen 45° ved induktiv last og -45° ved kapasitiv last.

PARALLELLRESONANS

Figuren nedenfor viser en krets med ideelle komponenter

Figur 9.1.4

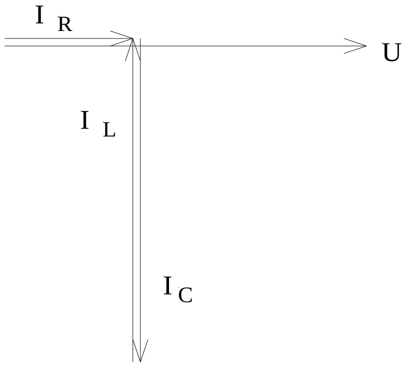


Formelen for impedansen til figur 9.1.4 blir:

$$\overline{Z} = \frac{(R - jX_L)\cdot jX_C}{R - jX_L + jX_C} \qquad 9.1.5$$

Figur 9.1.5 viser et vektordiagram av en ideell parallellresonans kurve:

Figur 9.1.5



Vi ser av figur 9.1.5:

$I_L = I_C$ dette gir $\frac{1}{Z} = \frac{1}{R}$

Vi kan også sette opp et annet uttrykk for den ideelle parallellresonansen:

$$\frac{1}{X_L} = \frac{1}{X_C}$$

Dette gir videre:

$$\frac{1}{\omega \cdot L} = \omega \cdot C$$

Kretsen i figur 9.1.4 er en svingekrets. Hvis vi regner kretsen som tapsfir dvs ingen demping i kretsen vil den svinge med samme frekvens hele tiden. Den tapsfrie frekvensen har symbolet f_0 . I virkelighet vil vi aldri få en svingekrets som er tapsfri. Alle kretser vil derfor ha en demping. Dempingen i kretsen vist i figur 9.1.4 er representert med en liten resistans i spolen.

For den tapsfrie kretsen får vi når vi ser bort fra den lille resistansen i spolen:

$$\frac{1}{\omega_0 \cdot L} = \omega_0 \cdot C$$

I formelen over kan vi samle ω_0 på venstre side i likningen. Vi får da:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

Vinkelfrekvensen består av $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$. Vi får da uttrykket for den tapsfrie frekvensen f_0.

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}} \qquad 9.1.6$$

Vi ser at uttrykket for den tapsfrie frekvensen f_0 er lik for serieresonans og parallellresonans.

For en krets med ideell parallellresonans vil faseforskyvningsvinkelen være 0°. Dette gir oss:

$$U_0 = I \cdot Z = I \cdot R \qquad \text{fordi} \qquad Z_0 = R$$

Når parallellresonanskurven beveger seg utenfor det ideelle bruker vi formelen 9.1.7 for å finne impedanskurven og formel 9.1.8 for å finne strømkurven.

Formelen for impedanskurven i figur 9.1.7:

$$\overline{Z} = \frac{(R - j\omega \cdot L) \cdot j\dfrac{1}{\omega \cdot C}}{R - j\omega L + j\dfrac{1}{\omega \cdot C}} \qquad 9.1.7$$

eller via formelen:

$$\overline{Z} = \frac{(R - jX_L) \cdot jX_C}{R - jX_L + jX_C} \qquad 9.1.7.A$$

Formelen for strømkurven i figur 9.1.4:

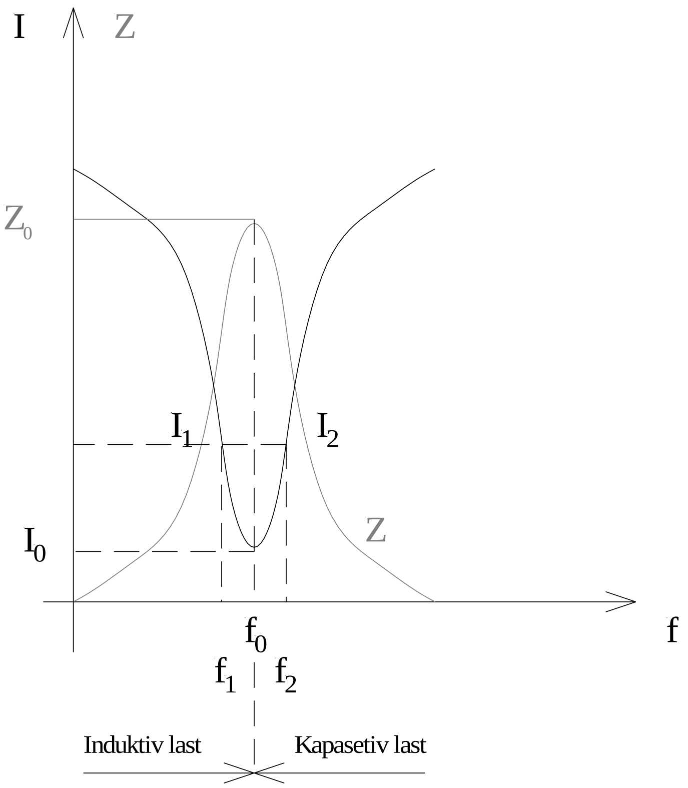
$$\overline{I} = \frac{U}{\dfrac{(R - j\omega \cdot L) \cdot j\dfrac{1}{\omega \cdot C}}{R - j\omega L + j\dfrac{1}{\omega \cdot C}}} \qquad 9.1.8$$

eller via formelen:

$$\overline{I} = \frac{U}{\dfrac{(R - jX_L) \cdot jX_C}{R - jX_L + j\dfrac{1}{\omega \cdot X_C}}} \qquad 9.1.8.A$$

Av formlene 9.1.7 og 9.1.8 får vi kurvene i diagrammet i figur 9.1.6:

Figur 9.1.6



For en LC - svingekrets ligger det aktuelle arbeidsområdet mellom f_1 og f_2. Området kalles også båndbredden. Når kretsen er utenfor området er den i et uaktuelt område.

Når strømmen er ved grensefrekvensene f_1 og f_2 er alltid strømmen:

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$$

og

$$I_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$$

Dvs at I_1 og I_2 er 70,7 % av I_0 . Strømkurven er snudd for en parallellresistans i forhold til en serieresonans, men I_1 og I_2 er 70,7 % av I_0`s minimumspunkt i figur 9.1.6.

Ved grenseverdiene I_1 og I_2 er faseforskyvningsvinkelen -45° ved induktiv last og 45° ved kapasitiv last.

Q-VERDI OG BÅNDBREDDE

Q-verdien eller kvalitetsverdien Q_0 til en spole forteller oss forholdet mellom resistans- og reaktansverdien til spolen. Ved å ta reaktansverdien til spolen og dividere på resistansverdien får vi Q-verdien.

$$\boxed{Q_0 = \frac{X_L}{R}} \quad \text{eller} \quad \boxed{Q_0 = \frac{\omega \cdot L}{R}} \qquad 9.1.9$$

Båndbredden er avstanden mellom grenseverdiene til frekvensene. Når vi ikke har noen avstand mellom frekvensene, men er i pkt I på figuren under har vi høy kvalitetsfaktor eller Q-verdi. Dette gir formelen:

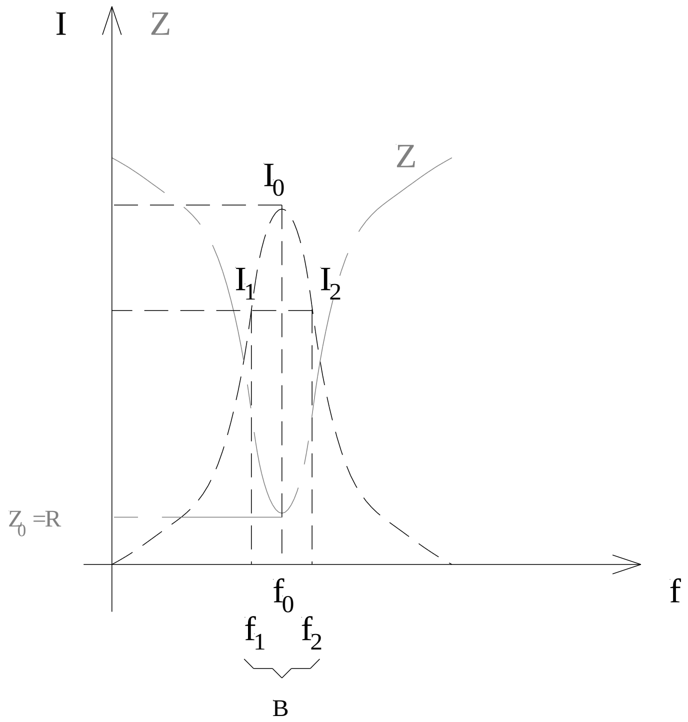
$$\boxed{B_0 = \frac{f_0}{Q_0}} \qquad 9.1.10$$

Når båndbredden har avstanden mellom grenseverdiene til frekvensene f_1 og f_2 får vi uttrykket:

$$\boxed{B = f_2 - f_1} \qquad 9.1.11$$

Q	Q-verdi
Q_0	Q-verdi ved strømmen I_0
B	båndbredde (Hz)
B_0	båndbredde ved strømmen I_0 (Hz)

Figur 9.1.7



Figur 9.1.7 viser båndbredden $B = f_2 - f_1$ når $I_1 = I_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot I_0$.

Eksempel 9.1.1

En spole med en resistans på 5 Ω og en selvinduksjon på 159 mH blir seriekoblet med en ideell variabel kondensator. Kretsen blir påtrykt en spenning på 230 V, 50 Hz.

a) Hvilken kapasitans må kondensatoren ha for å få en tapsfri resonans når vi ser bort fra resistansen i spolen?
b) Hva blir reaktansen til spolen og reaktansen til kondensatoren?
c) Beregn grensestrømmene I_1 og I_2 når faseforskyvningsvinkelen er ±45°.
d) Hva blir Q-verdien og båndbredden B_0?

Løsning:

a) Kondensatorens kapasitans:

$$\omega_0 \cdot L = \frac{1}{\omega_0 \cdot C}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L} = \frac{1}{(2\cdot\pi\cdot 50Hz)^2 \cdot 159\cdot 10^{-3}H} = \underline{63{,}72\cdot 10^{-6}F} = \underline{\underline{63{,}72\mu F}}$$

b) Spolens og kondensatorens reaktans:

$$X_L = 2\cdot\pi\cdot f_0 \cdot L = 2\cdot\pi\cdot 50Hz\cdot 159\cdot 10^{-3}H = \underline{\underline{50\Omega}}$$

$$X_C = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot f_0\cdot C} = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot 50Hz\cdot 63{,}72\cdot 10^{-6}H} = \underline{\underline{50\Omega}}$$

c) Grensestrømmene I_1 og I_2:

$$\bar{I}_0 = \frac{U}{R + jX_L - jX_C} = \frac{230V}{5\Omega + j50\Omega - j50\Omega} = \underline{46{,}0A}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot I_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 46{,}0A = \underline{\underline{32{,}5A}}$$

d) Q-verdien og båndbredden B_0:

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{50\Omega}{5\Omega} = \underline{\underline{10}} \qquad B_0 = \frac{f_0}{Q} = \frac{50Hz}{10} = \underline{\underline{5Hz}}$$