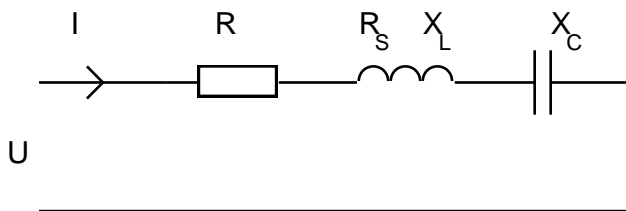


7.3 RESISTANS - SPOLE - KONDENSATOR KOPLET TIL VEKSELSTRØM I KOMBINASJONER

SERIEKOPLING AV RESISTANS - SPOLE - KONDENSATOR

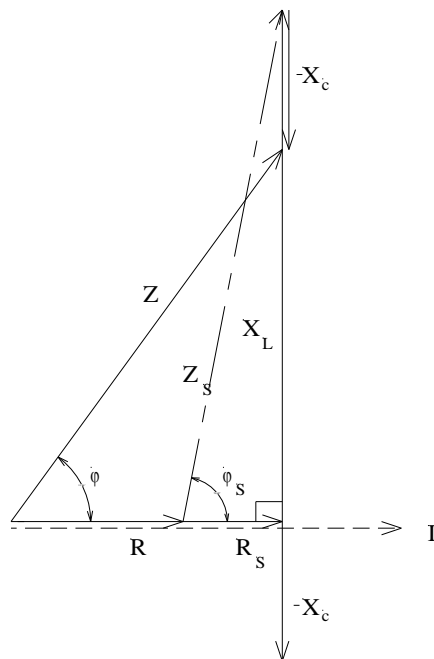
Tre komponenter er koplet i serie:
ren resistans, spole med resistans- og reaktiv del samt ideell kondensator.

Figur 7.3.1



Impedanstrekant for en krets med resistans, spole og kondensator i serie:

Figur 7.3.2



Impedansen ved bruk av pythagoras:

$$Z = \sqrt{(R + R_S)^2 + (jX_L - jX_C)^2} \quad 7.3.1$$

Impedansen ved kompleks regning:

$$\bar{Z} = R + R_S + jX_L - jX_C \quad 7.3.2$$

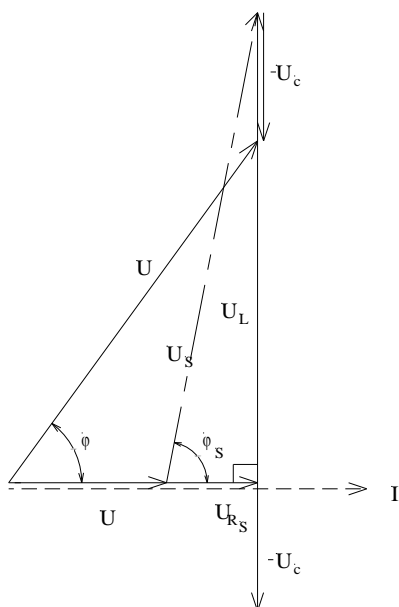
Z	impedansen i kretsen (Ω)
Z_S	impedansen i spolen (Ω)
R	resistansen (Ω)
R_S	resistansen i spolen (Ω)
X_L	induktiv reaktans i spolen (Ω)
X_C	kapasitiv reaktans i kondensatoren (Ω)
φ	faseforskyvningsvinkel i kretsen ($^\circ$)
φ_S	faseforskyvningsvinkel i spolen ($^\circ$)

Den induktive reaktansen og den kapasitive reaktansen er 180° forskjøvet fordi:

- i en ideell spole ligger spenningen 90° før strømmen.
- i en ideell kondensator ligger strømmen 90° før spenningen.

Spennings trekant for en krets med resistans, spole og kondensator i serie:

Figur 7.3.3

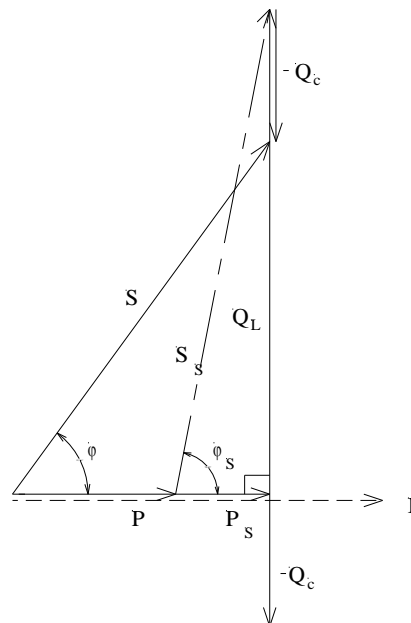


$$\bar{U} = U_R + U_{R_S} + jU_L - jU_C \quad 7.3.3$$

- U spenningen i kretsen (V)
- U_R spenningen over resistansen (V)
- U_{R_S} spenningen over resistansen i spolen (V)
- U_L spenningen over den induktive delen av spolen (V)
- U_S spenningen over hele spolen (V)
- U_C spenningen over kondensatoren (V) (VAr)
- φ faseforskyvningsvinkelen i kretsen ($^\circ$)
- φ_S faseforskyvningsvinkelen i spolen ($^\circ$)

Effekttrekant for en krets med resistans, spole og kondensator i serie:

Figur 7.3.4



$$\bar{S} = P + P_S + jQ_L - jQ_C \quad 7.3.4$$

- S tilsynelatende effekt i kretsen (VA)
- S_S tilsynelatende effekt i spolen (VA)
- P aktive effekten i resistansen (W)
- P_S aktive effekten i spolen (W)
- Q_L reaktiv effekt i spolen
- Q_C reaktiv effekt i kondensatoren (φ_S) (VAr)

Eksempel 7.3.1

En resistans på $100\ \Omega$ blir koplet i serie med en kondensator på $70\ \Omega$ og en ikke ideell spole med resistansdel på $20\ \Omega$ og reaktansdel på $120\ \Omega$. Kretsen blir tilkopledd $230\ \text{V}$ med frekvens $50\ \text{Hz}$.

- Finn kretsens totale impedans og faseforskyvningsvinkel.
- Hva blir spenningsfallene over komponentene?
- Beregn kretsens tilsynelatende effekt.
- Frekvensen endres $60\ \text{Hz}$ ved $230\ \text{V}$. Finn ny impedans og faseforskyvningsvinkel for kretsen.

Løsning:

- Total impedans og faseforskyvningsvinkel:

$$\bar{Z} = R + R_S + jX_L - jX_C = 100\ \Omega + 20\ \Omega + j120\ \Omega - j70\ \Omega = \underline{\underline{130\ \Omega \angle 22,6^\circ}}$$

- Spenningsfallene:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{230\ \text{V}}{130\ \Omega} = \underline{\underline{1,77\ \text{A}}}$$

$$U_R = I \cdot R = 1,77\ \text{A} \cdot 100\ \Omega = \underline{\underline{177\ \text{V}}}$$

$$\bar{Z}_S = R_S + jX_L = 20\ \Omega + j120\ \Omega = \underline{\underline{121,7\ \Omega \angle 80,5^\circ}}$$

$$U_S = I \cdot Z_S = 1,77\ \text{A} \cdot 121,7\ \Omega = \underline{\underline{215,3\ \text{V}}}$$

$$U_C = I \cdot X_C = 1,77\ \text{A} \cdot 70\ \Omega = \underline{\underline{123,9\ \text{V}}}$$

- Tilsynelatende effekt:

$$S = U \cdot I = 230\ \text{V} \cdot 1,77\ \text{A} = \underline{\underline{407,1\ \text{VA}}}$$

d) Ny impedans og faseforskyvningsvinkel ved 60 Hz:

$$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{120\Omega}{2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz}} = \underline{382\text{mH}}$$

$$C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot 70\Omega} = \underline{45,5\mu\text{F}}$$

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 382 \cdot 10^{-3} \text{H} = \underline{144\Omega}$$

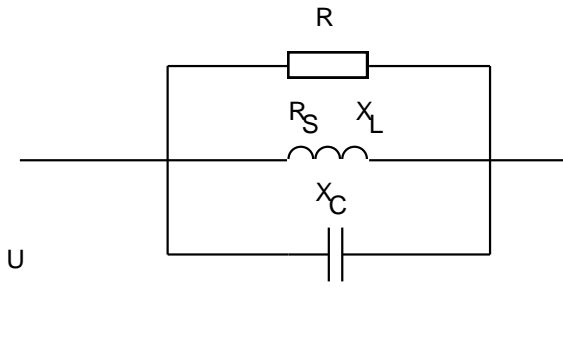
$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 60\text{Hz} \cdot 45,5 \cdot 10^{-6} \text{F}} = \underline{58,3\Omega}$$

$$\bar{Z} = R + R_S + jX_L - jX_C = 100\Omega + 20\Omega + j144\Omega - 58,3\Omega = \underline{\underline{147\Omega \angle 35,5^\circ}}$$

PARALLELLKOPLING AV RESISTANS - SPOLE - KONDENSATOR

Tre komponenter er koplet i parallell:
ren resistans, spole med resistans del og ideell kondensator.

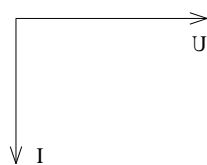
Figur 7.3.5



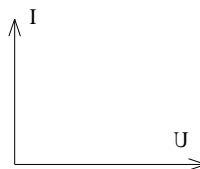
Når en skal tegne vektordiagram må den vektoren som representerer den konstante verdi for en parallellkopling tegnes langs den reelle akse (x-aksen). I en parallellkopling er spenningen konstant. Fra tidligere vet vi at for en spole kommer spenningen før strømmen og for en kondensator kommer strømmen før spenningen. Figur 7.3.5.A viser vektordiagram av en ideell spole og en ideell kondensator som er koplet i parallell med andre komponenter.

Figur 7.3.5.A

Ideell spole



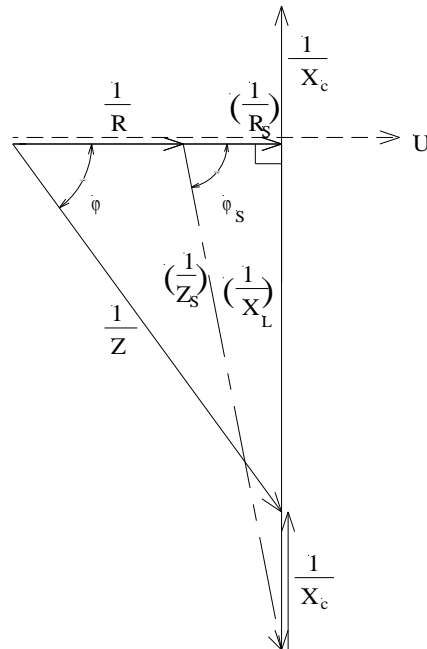
Ideell kondensator



Vi ser at for en parallellkopling får vi induktivlast når vektorene for strøm, impedans- og tilsynelatende effekt er i 4. kvadrant (under x-aksen). Når vektorene for strøm, impedans og tilsynelatende effekt er i 1. kvadrant (over x-aksen) har vi kapasitiv last. Hvilken type last som går i 1. og 4. kvadrant gir motsatt utslag for seriekopling og parallellkopling.

Impedanstrekant for en krets med resistans, spole og kondensator i parallell:

Figur 7.3.6



NB! Resistansen R_S og reaktansen X_L i spolen er ikke parallellkoplet, men seriekoplet. Den totale impedansen Z_S for spolen er parallellkoplet med resten av kretsen. Gjelder verdier i parentes.

Impedansen ved kompleks regning:

resistansen og spolen i parallell (spolen er ikke ideell)

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_R \cdot \bar{Z}_L}{\bar{Z}_R + \bar{Z}_L} = \frac{R \cdot (R_S - jX_L)}{R + R_S - jX_L} = Z_1 \angle \varphi_1$$

NB! husk regneregel:

$$j^2 = -1$$

$$\varphi_1 = \varphi_A - \varphi_B$$

$$\bar{Z}_1 = Z_1 \angle \varphi_1 = R_1 - jX_1$$

R₁ er summen av vektorene langs den reelle akse.

X₁ er summen av vektorene langs den imaginære akse.

summen av resistans og spole i parallell med kondensatoren

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_C}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_C} = \frac{(R_1 - jX_1) \cdot jX_C}{R_1 - jX_1 + jX_C} = Z \angle \varphi$$

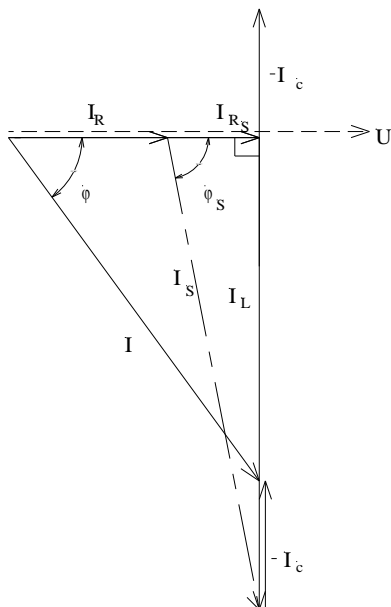
$$\varphi = \varphi_C - \varphi_D$$

7.3.5

Z	impedansen i kretsen (Ω)
Z _S	impedansen i spolen (Ω)
R	resistansen (Ω)
R _S	resistansen i spolen (Ω)
X _L	induktiv reaktans i spolen (Ω)
X _C	kapasitiv reaktans i kondensatoren (Ω)
φ	faseforskyvningsvinkel i kretsen (°)
φ _S	faseforskyvningsvinkel i spolen (°)

Strømtrekant for en krets med resistans, spole og kondensator i parallell:

Figur 7.3.7

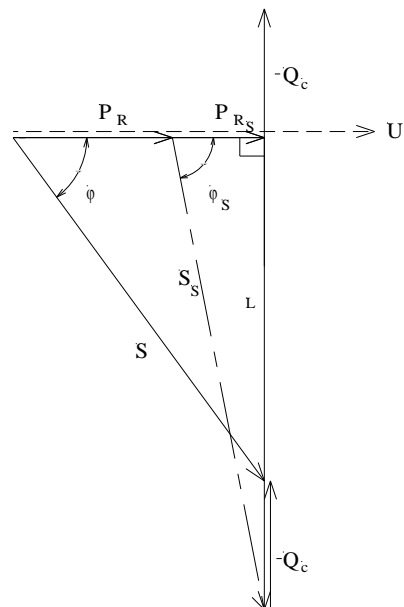


$$\bar{I} = I_R + I_{R_S} - jI_L + jI_C$$

7.3.6

Effekttrekant for en krets med resistans, spole og kondensator i parallell:

Figur 7.3.8



$$\bar{S} = P + P_S - Q_L + Q_C$$

7.3.7

I strømmen i kretsen (A)
 I_R strømmen over resistansen (A)
 I_{R_S} strømmen over resistansen i spolen (A)
 I_L strømmen over den induktive delen av spolen (A)
 I_S strømmen over hele spolen (A)
 I_C strømmen over kondensatoren (A)
 φ faseforskyvningsvinkelen i kretsen ($^\circ$)
 φ_S faseforskyvningsvinkelen i spolen ($^\circ$)

S tilsynelatende effekt i kretsen (VA)
 S_S tilsynelatende effekt i spolen (VA)
 P aktive effekten i resistansen (W)
 P_S aktive effekten i spolen (W)
 Q_L reaktiv effekt i spolen (VAr)
 Q_C reaktiv effekt i kondensatoren (φ_S) (VAr)

Det er mest vanlig å regne parallellkoplinger via impedanstrekanten og kompleks regning. Det er også mulig å gå via strømtrekanten for å løse oppgaver med parallellkopling.

Eksempel 7.3.2

En resistans på 100Ω blir koplet i parallell med en kondensator på 70Ω og en ikke ideell spole med resistansdel på 20Ω og reaktansdel på 120Ω . Kretsen blir tilkoplek 230 V med frekvens 50 Hz. Finn kretsens totale impedans og faseforskyvningsvinkel.

Løsning:

Resistans og spole i parallell:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_R \cdot \bar{Z}_{X_L}}{\bar{Z}_R + \bar{Z}_{X_L}} = \frac{R \cdot (R_S - jX_L)}{R + R_S - jX_L} = \frac{100\Omega \cdot (20\Omega - j120\Omega)}{100\Omega + 20\Omega - j120\Omega} = \frac{2000(\Omega)^2 - j12000(\Omega)^2}{120\Omega - j120\Omega} =$$

$$\frac{12165(\Omega)^2 \angle -80,5^\circ}{169,7\Omega \angle -45^\circ} = \underline{71,7\Omega}$$

$$\varphi_1 = \varphi_A - \varphi_B = -80,5^\circ - (-45,0^\circ) = \underline{-35,5^\circ}$$

$$\bar{Z}_1 = Z_1 \angle \varphi_1 = R_1 - jX_1 = 71,7\Omega \angle -35,5^\circ = \underline{58,4\Omega - j41,6\Omega}$$

R_1 er summen av vektorene langs den reelle akse.

X_1 er summen av vektorene langs den imaginære akse.

summen av resistans og spole i parallell med kondensatoren

$$\bar{Z} = \frac{\bar{Z}_1 \cdot \bar{Z}_{X_C}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_{X_C}} = \frac{(R_1 - jX_1) \cdot jX_C}{R_1 - jX_1 + jX_C} = \frac{(58,4\Omega - j41,6\Omega) \cdot j70\Omega}{58,4\Omega - j41,6\Omega + j70\Omega} = \frac{j4088(\Omega)^2 - j^2 2912(\Omega)^2}{58,4\Omega + j28,4\Omega} =$$

$$\frac{2912(\Omega)^2 + j4088(\Omega)^2}{58,4\Omega + j28,4\Omega} = \frac{5019(\Omega)^2 \angle 54,5^\circ}{64,9\Omega \angle 25,9^\circ} = \underline{\underline{77,3\Omega}}$$

$$\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 54,5^\circ - 25,9^\circ = \underline{\underline{28,6^\circ}}$$

OPPGAVER

7.3.1

En resistans og spole er koplet i serie. Resistansen er på 20Ω og spolen som er ideell er på $159,2 \text{ mH}$. Komponentene blir tilkoplet 220 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.

7.3.2

En resistans på 100Ω blir koplet i serie med en spole med resistansdel på 5Ω og selvinduktans på $222,8 \text{ mH}$. Kretsen har en spenning på 230 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.
- Hva blir spenningsfallet over komponentene? (Regn først ut impedansen i spolen før spenningsfallet over spolen. Komponentene i denne oppgaven resistansen på 100Ω og spolen med impedansen Z_S).

7.3.3

En resistans på 5Ω blir koplet i serie med en spole med resistans $1,5 \Omega$ og selvinduktans $31,83 \text{ mH}$. Kretsen har en spenning 240 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.
- Hva blir spenningsfallet over komponentene?

7.3.4

En resistans på 15Ω blir koplet i serie med en spole med resistans 5Ω og selvinduktans $66,31 \text{ mH}$ og en kondensator med kapasitans $66,31 \mu\text{F}$. Kretsen har en spenning 440 V , 60 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.
- Hva blir spenningsfallet over komponentene?

7.3.5

To spoler blir seriekoplet. Spolene har følgende verdier:

$$\text{spole 1} \quad \bar{Z}_1 = 10\Omega + j30\Omega$$

$$\text{spole 2} \quad \bar{Z}_2 = 10\Omega + j80\Omega$$

- Hva blir total impedans til spolene og total faseforskyvningsvinkel?
- Strømmen som går gjennom spolen er 1,0 A. Finn spenningen i kretsen og over hver spole.
- Finn alle aktiv, reaktiv -og tilsynelatende effektene kretsen har?
- Frekvensen i kretsen er 50 Hz. Beregn selvinduktansen i hver spole.
- Tegn impedans, spenning -og effekt trekantene for kretsen.

7.3.6

To spoler blir koplet hver for seg til en likespenning. Den første spolen har en resistans på 5 Ω og den andre spolen på 7 Ω . Spolene blir seriekoplet til en vekselspanning på 220 V, 50 Hz. Strømmen som går i kretsen er 5,25 A. Faseforskyvningsvinkelen til den første spolen er 20° og 80° til den andre spolen.

- Finn impedansen i kretsen og faseforskyvningsvinkelen.
- Hva blir effektfaktoren?
- Finn aktiv, reaktiv -og tilsynelatende effekt i hver spole.

7.3.7

En resistans på 5 Ω blir koplet i serie med en spole med resistans 2 Ω og selvinduktansen 22,28 mH og en kondensator med kapasitans 530,5 μF . Kretsen har en spenning 200 V, 50 Hz.

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.
- Hva blir spenningsfallet over komponentene?

7.3.8

En resistans på 7 Ω blir koplet i serie med en spole med resistans 3 Ω og selvinduktans 47,75 mH og en kondensator med kapasitans 79,58 μF . I kretsen går det en strøm på 10 A. Frekvensen er 50 Hz.

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilke spenninger er over komponentene og totalt i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i spolen.

7.3.9

En resistans og en spole er koplet i parallell. Resistansen er på 20Ω og spolen som er ideell er på $159,2 \text{ mH}$. Komponentene blir tilkopleet 220 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hva blir hovedstrømmen i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt.

7.3.10

En resistans på 100Ω blir koplet i parallell med en spole med resistansdel på 5Ω og selvinduktansdel på $222,8 \text{ mH}$. Kretsen har en spenning på 230 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hva blir hovedstrømmen i kretsen?
- Beregn aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt i kretsen.
- Hva blir spenningsfallet over komponentene?

7.3.11

En resistans på 5Ω blir koplet i parallell med en spole med resistans $1,5 \Omega$ og selvinduktans $31,83 \text{ mH}$ og en kondensator med kapasitans $454,7 \mu\text{F}$. Kretsen har en spenning 240 V , 50 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilke strømmer går i kretsen?

7.3.12

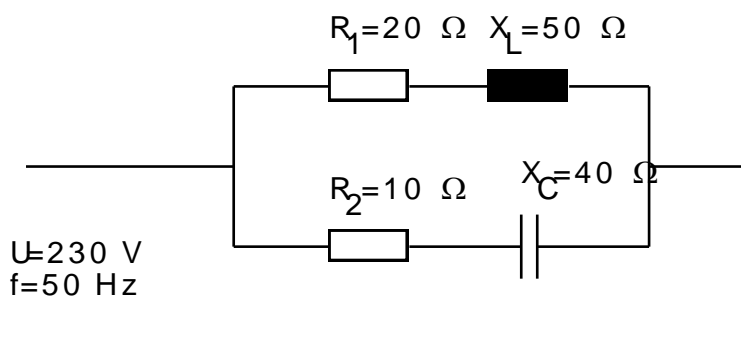
En resistans på 15Ω blir koplet i parallell med en spole med resistans 5Ω og selvinduktans $66,31 \text{ mH}$ og en kondensator med kapasitans $66,31 \mu\text{F}$. Kretsen har en spenning 440 V , 60 Hz .

- Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen i kretsen.
- Hvilken strøm går i kretsen?
- Beregn effektene i komponentene.

7.3.13

To spoler blir koplet hver for seg til en likespenning. Den første spolen har en resistans på 5Ω og den andre spolen på 7Ω . Spolene blir så hver for seg tilkopleet en vekselspanning på 220 V , 50 Hz . Faseforskyvningsvinkelen blir i spole 1 40° og i spole 2 75° . Tilslutt blir spolene koplet i parallell til en vekselspanning 220 V , 60 Hz . Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen til kretsen.

7.3.14



Finn total impedans, faseforskyvningsvinkel og strøm som går i kretsen samt total aktiv, reaktiv og tilsynelatende effekt.

7.3.15

