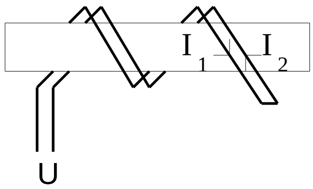
7.1 RESISTANS - SPOLE - KONDENSATOR TILKOPLET VEKSELSTRØM ENKELTVIS

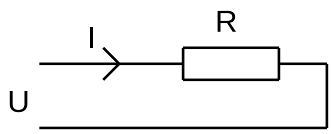
IDEELL RESISTANS TILKOPLET VEKSELSTRØM

Når en motstandstråd blir brettet i to og de to delene av tråden blir viklet ved siden av hverandre, vil magnetfeltene rundt motstandstråden motvirke hverandre. De kapasitive forhold som vil oppstå mellom lederne er så små at vi kan se bort fra dem. Dette gir en ideell resistans.

Figur 7.1.1



Figur 7.1.2

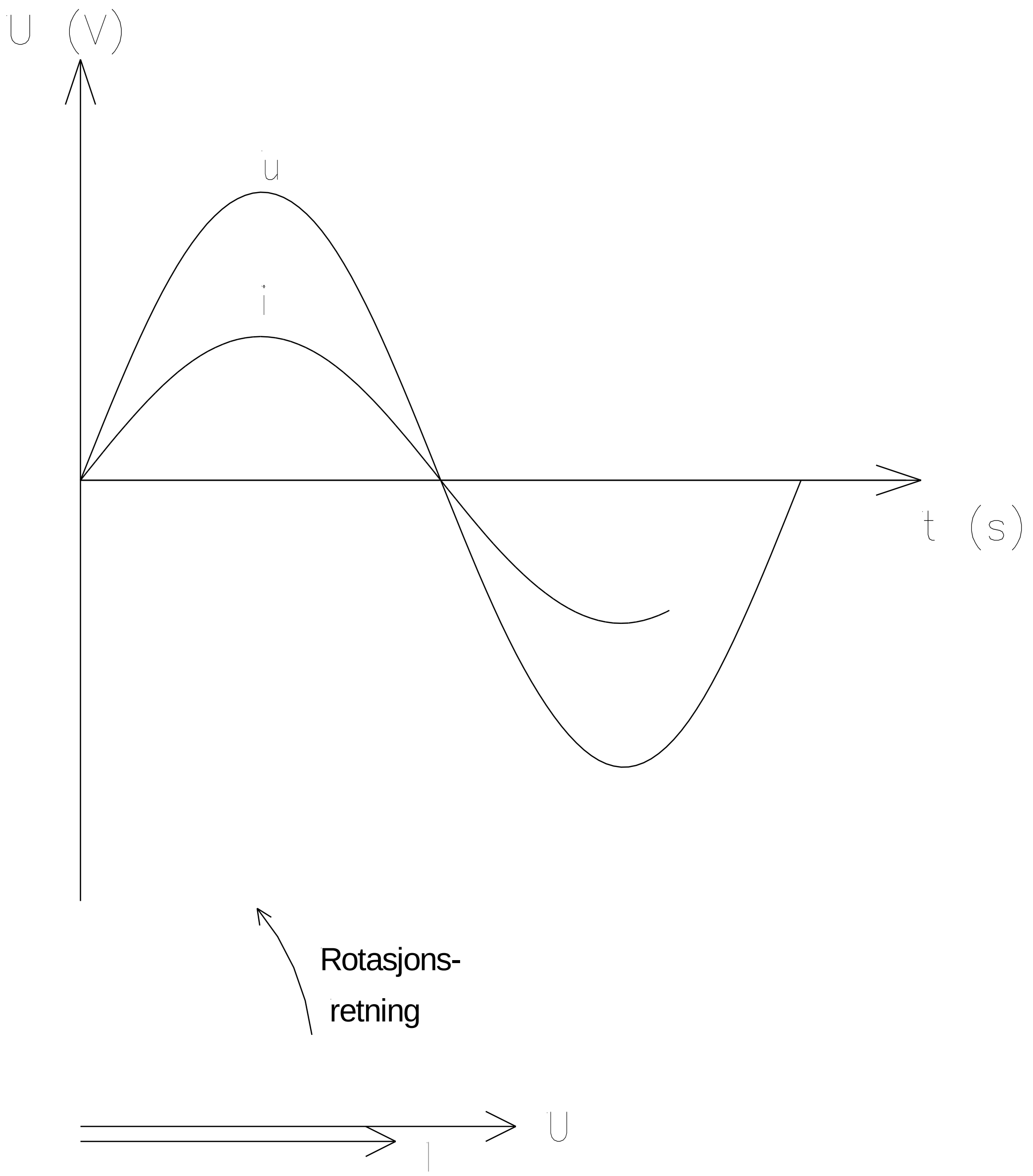


Ohms lov for en ideell resistans:

$$\boxed{U = I \cdot R} \qquad 7.1.1$$

U	spenning (V)
I	strøm (A)
R	resistans (Ω)

Figur 7.1.3



Strøm- og spennings kurver er i fase dvs at nullgjennomgangen er i samme tidspunkt. Vektordiagrammet viser effektivverdiene til strøm og spenning og det er ikke noen vinkel mellom vektorene.

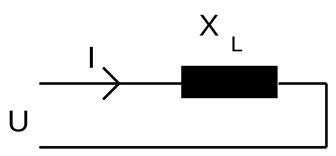
Det er plassert et øye ved sinuskurven og et øye ved vektordiagrammet. Den kurven som beveger seg først mot øyet ligger foran den andre. Det samme gjelder vektordiagrammet. For en ideell resistans kommer strøm og spenningskurve på likt.

IDEELL SPOLE TILKOPLET VEKSELSTRØM

En luftspole er den spolen som kommer nærmest den ideelle spolen i praksis. Den har ikke noe jerntap, men koppertap. Koppertapet kommer fra resistansen i vikler tråden. Enkelte luftspoler har så lite koppertap at vi kan se bort fra det.

Figur 7.1.4 viser en ideell luftspole.

Figur 7.1.4



Når det flyter en vekselstrøm gjennom en ideell spole dannes det et magnetfelt. Pga vekselstrømmen blir det generert en selvinduksjonsspenning E. Øyeblikksverdien til selvinduksjonsspenningen kan settes opp på formelen:

$$e = -L\frac{\Delta i}{\Delta t} = -L\frac{di}{dt}$$

Vekselstrømmen som flyter i spolen er årsaken til selvinduksjonsspenningen. Lenz lov og Faradays induksjonslov sier at selvinduksjonsspenningen alltid er motsatt rettet av opphavet til induksjonen som i dette tilfellet er strømmen. Derfor har vi minustegnet i formelen.

Når spolen er ideell er den påtrykte spenningen U alltid like stor, men motsatt rettet i forhold til selvinduksjonsspenningen.

$$u = -e$$

Dette gir oss uttrykket for øyeblikksverdi av spenningen:

I $$u = L\frac{di}{dt}$$

Øyeblikksverdien til strømmen som var opphavet til selvinduksjonen:

II $$i = I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Setter vi formel II inn i I får vi:

I+II $$u = L\frac{d}{dt}(I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

Før vi løser derivasjonsuttrykket kan vi trekke de konstante verdier utenfor derivasjonen. Etter at uttrykket er derivert:

$$u = \omega \cdot I_{maks} \cdot L \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Slår vi sammen enkeltdeler i uttrykket ovenfor og kaller det *induktiv reaktans* - X_L får vi følgende uttrykk:

$$u = X_L \cdot I_{maks} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

når $$X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L$$

Vi ser at uttrykket ovenfor representerer en cosinuskurve mens strømmen i formel II representerer en sinuskurve. Effektivverdiene for en cosinuskurve og en sinuskurve vil forholde seg likt. Derfor får vi formelen for effektivverdiene:

Ohms lov for en ideell spole:

$$\boxed{U = I \cdot X_L} \qquad 7.1.2$$

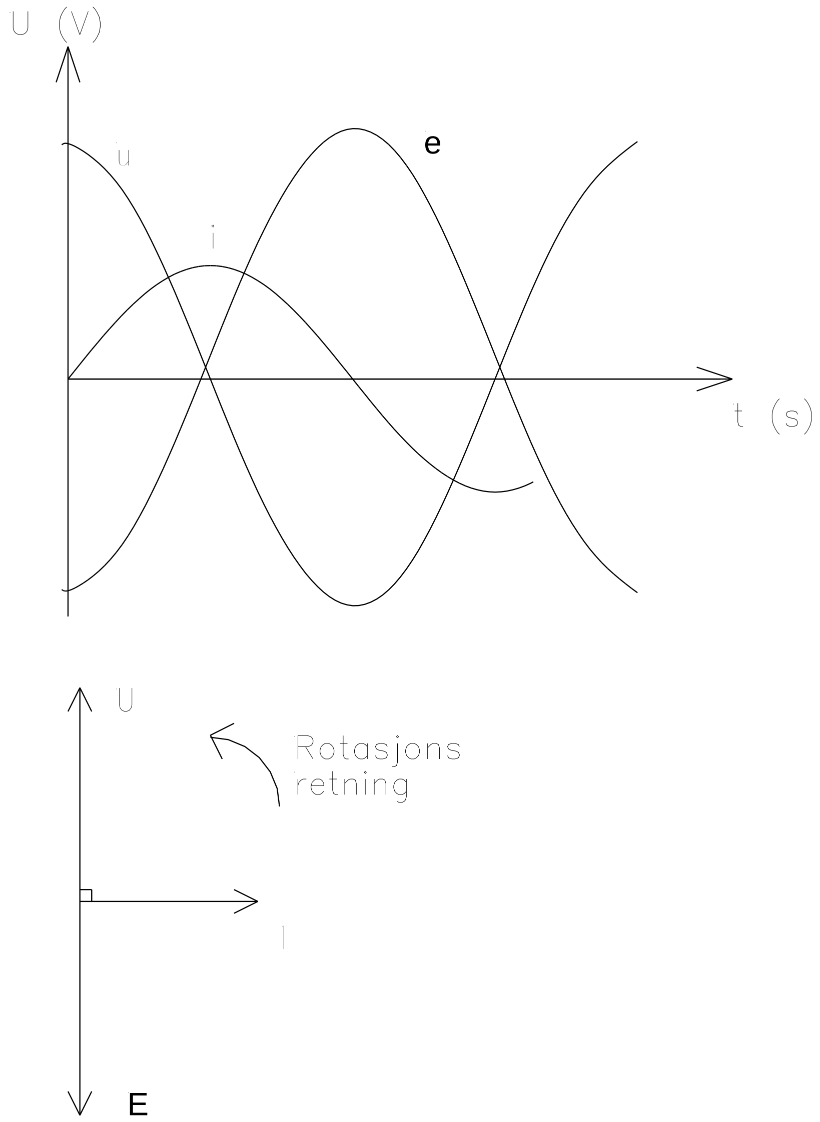
Induktiv reaktans i forhold til selvinduktans:

$$\boxed{\mathbf{X_L = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}} \qquad 7.1.3$$

U	spenning (V)
I	strøm (A)
X_L	induktiv reaktans (Ω)
ω	vinkelfrekvens (s^{-1})
f	frekvens (Hz)
L	selvinduktans (H)

Fra magnetismedelen av boka ser vi i figur 5.2.5 og 5.2.10 at strømmen **i** kommer 90° foran selvinduksjonsspenningen **e**, men fordi selvinduksjonsspenningen og den påtrykte spenningen er motsatt rettet dvs 180° ligger den påtrykte spenningen **u** 90° foran strømmen.

Figur 7.1.5



Når kurvene i figur 7.1.5 beveger seg mot øyet kommer strømmen 90° etter den påtrykte spenningen. Selvinduksjonsspenningen kommer 90° etter strømmen eller 180° etter påtrykt spenning. En må tenke seg kurvene som et foto av strøm og spenningsforholdene og at fotoet beveger seg mot øyet.

Vektordiagrammet i figur 7.1.5 viser også at den påtrykte spenningen kommer 90° før strømmen.

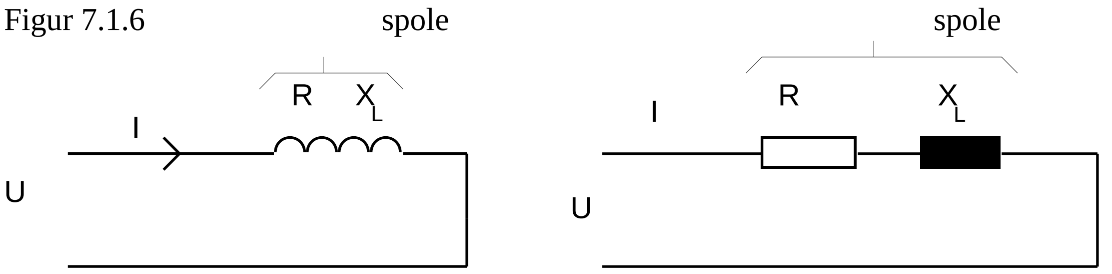
Nullgjennomgangen til strøm- og spenningskurven er 90° forskjøvet i forhold til hverandre.

I en ideell spole ligger spenningen 90° før strømmen.

IKKE-IDEELL SPOLE TILKOPLET VEKSELSTRØM

En ikke ideellspole er en spole med en del ideell resistans og en del ideell spole. Den ideelle resistansen i en luftspole kommer fra resistansen i den viklede lederen.

Figur 7.1.6



Påtrykt spenning er summen av delspenningene. Sammenheng mellom hovedspenning og delspenningene vist via øyeblikksverdi:

$$u = u_R + u_L$$

Setter vi inn verdier for delspenningene får vi:

$$u = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

setter vi øyeblikksverdien for strømmen inn i formelen over:

$$u = R \cdot I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t) + L \frac{d}{dt}(I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

$$u = R \cdot I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \omega \cdot L \cdot I_{maks} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Går vi over til effektivverdiene for resistansen og spolens kurver får vi uttrykket: (Effektivverdiene for en sinuskurve og en cosinuskurve forholder seg likt).

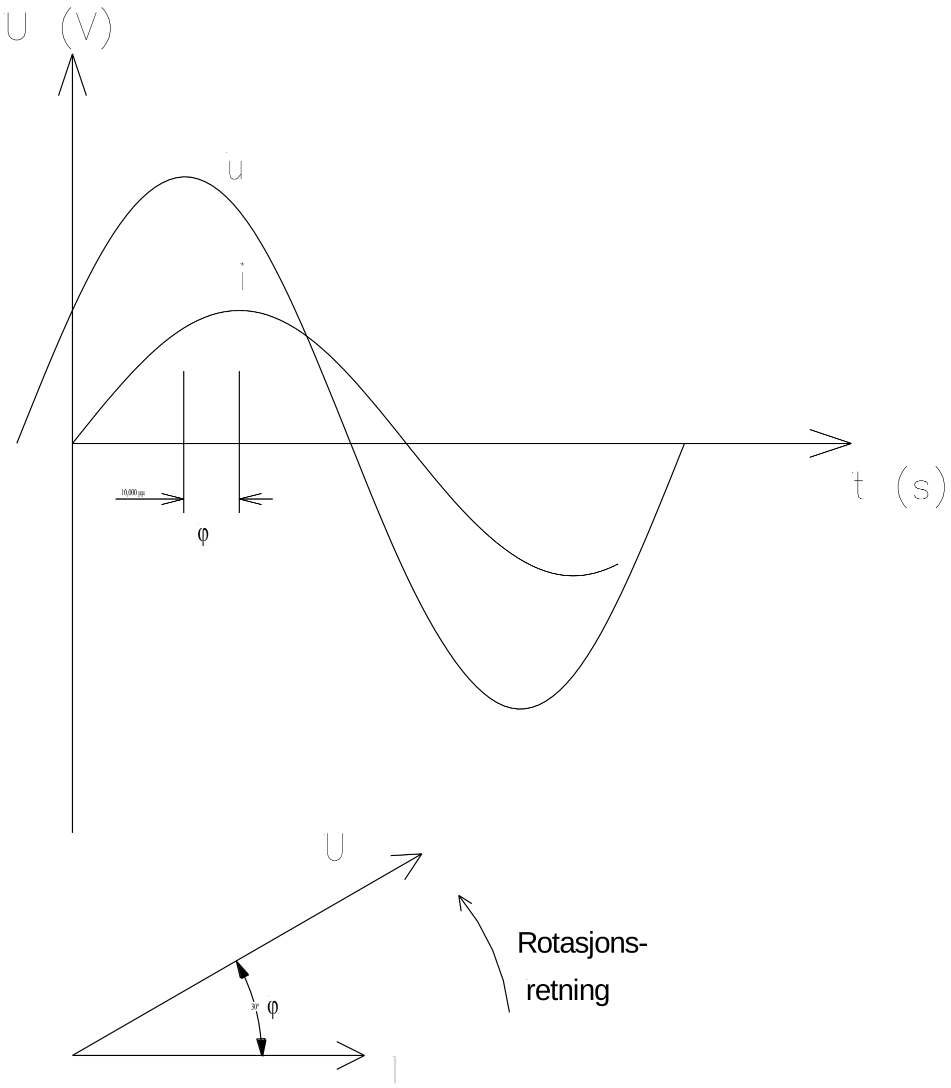
$$U = R \cdot I + \omega \cdot L \cdot I$$

Setter vi inn utrykket for induktiv reaktans X får vi:

$$U = R \cdot I + X_L \cdot I$$

Delspenningen $\mathbf{u_R}$ over resistansen er i fase med strømmen mens delspenningen over spolen $\mathbf{u_L}$ ligger 90° før strømmen. Den totale påtrykte spenningen må derfor ligge mellom 0° og 90° eller 0 og $\pi/2$.

Figur 7.1.7

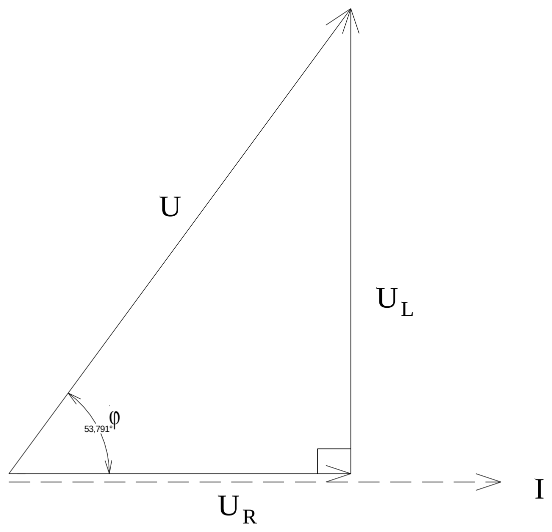


Faseforskyvningsvinkelen er vinkelen mellom strøm og spenningskurven. Tar vi utgangspunkt i strøm og spenningskurvens maksimalpunkt er forskyvningen langs tidsaksen faseforskyvningsvinkelen **φ**. I vektordiagrammet finner vi samme faseforskyvningsvinkel angitt. Spenningen er summen av delspenningene over resistansen og spolen. Strømmen deler seg ikke fordi resistansen i spolen og den induktive reaktansen oppfattes som seriekopling.

Vi kan tegne vektordiagrammer for en ikke ideell spole som har samme forhold og like vinkler.

Spenningstrekanten til en ikke ideell spole:

Figur 7.1.8



Spenningen ved phytagoras:

$$\boxed{U = \sqrt{U_R^{\ 2} + U_L^{\ 2}}} \qquad 7.1.4.A$$

Spenningen ved kompleks regning:

$$\boxed{\overline{U} = U_R + jU_L} \qquad 7.1.5.A$$

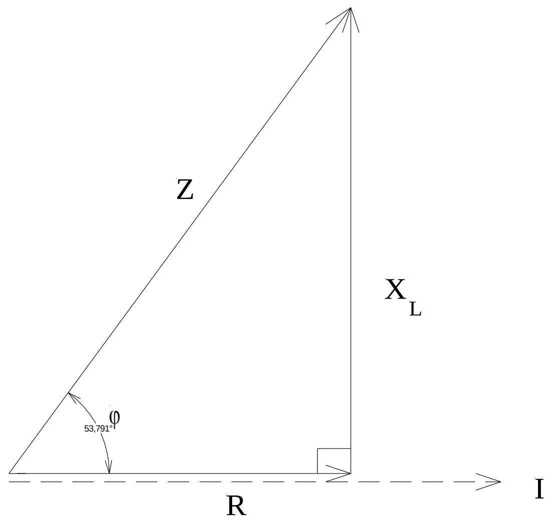
(Se bruken av kalkulator ved kompleks regning bakerst i kapittel 7.1 i oppgaveboka)

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{U_R}{U}} \qquad 7.1.7.A$$

$$\boxed{\sin\varphi = \frac{U_L}{U}} \qquad 7.1.8.A$$

Impedanstrekant til en ikke-ideell spole:

Figur 7.1.9



Impedansen ved phytagoras:

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_L^{\ 2}}} \qquad 7.1.4$$

Impedansen ved kompleks regning:

$$\boxed{\overline{Z} = R + jX_L} \qquad 7.1.5$$

(Se bruken av kalkulator ved kompleks regning bakerst i kapittel 7.1 i oppgaveboka)

$$\boxed{U = I \cdot Z} \qquad 7.1.6$$

$$\boxed{\cos\varphi = \frac{R}{Z}} \qquad 7.1.7$$

$$\boxed{\sin\varphi = \frac{X_L}{Z}} \qquad 7.1.8$$

Z	impedansen til en ikke-ideell spole (Ω)
R	resistansen i en spole (Ω)
X_L	induktiv reaktans (Ω)
φ	fasevinkelen mellom impedansen og strømmen (eller mellom spenning og strøm) (°)
cosφ	effektfaktor
U	spenningen til spolen (V)
I	strømmen til spolen (A)

Eksempel 7.1.1

En ikke ideell spole med resistans 2,0 Ω og induktiv reaktans 10,0 Ω blir tilkoplet en spenning på 230 V, 50 Hz.

a) Hva blir spolens impedans og faseforskyvningsvinkel?
b) Finn effektfaktoren til spolen.
c) Hva blir den teoretiske spenningen over resistansdelen og reaktansdelen av spolen?

Løsning:

a) Spolens impedans og faseforskyvningsvinkel:

$$\overline{Z} = R + jX_L = 2{,}0\Omega + j10{,}0\Omega = \underline{\underline{10{,}2\Omega\angle 78{,}7^\circ}}$$

b) Effektfaktoren til spolen:

$$\cos 78{,}7^\circ = \underline{\underline{0{,}196}}$$

c) Spenningen over resistansdelen og reaktansdelen av spolen:

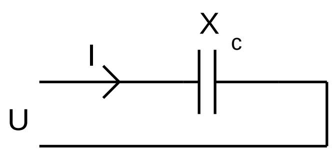
$$\overline{U} = U\angle\varphi = 230V\angle 78{,}7^\circ = \underline{\underline{45{,}1V + j225{,}5V}}$$

IDEELL KONDENSATOR TILKOPLET VEKSELSPENNING

Kondensatorer kan vanligvis regnes som ideelle. Hvis en kondensator ikke slipper gjennom likestrøm, men bare vekselstrøm er den ideell.

I det kondensatoren blir tilkoplet en likespenning vil den bli oppladet. Når oppladningen har nådd ca 5τ er den oppladet og en ideell kondensator vil sperre for strømmen. Tilkoples kondensatoren vekselspenning vil kondensatoren hele tiden bli opp- og utladet.

Figur 7.1.10



Fra likestrømmen kjenner vi formlene:

I $Q = I \cdot t$ 2.2.1 II $C = \frac{Q}{U}$ 4.1.2

Setter vi formel II inn i I får vi:

I+II $$I = \frac{Q}{t} = \frac{C \cdot U}{t}$$

Dersom en liten ladning **ΔQ** eller den deriverte av ladningen **dQ** forflytter seg i løpet av et lite tidsrom **Δt** eller den deriverte av tiden **dt**, får vi øyeblikksverdiene:

III $$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} = C\frac{du}{dt}$$

Øyeblikksverdien til spenningen som var opphavet til strømgjennomgang i kondensatoren:

IV $$u = U_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Setter vi formel IV inn i III får vi:

III+IV $$i = C\frac{d}{dt}(U_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t))$$

Før vi løser derivasjonen kan vi trekke de konstante verdier utenfor. Etter at uttrykket er derivert:

$$i = \omega \cdot U_{maks} \cdot C \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Slår vi sammen enkeltdeler i uttrykket ovenfor og kaller det *kapasitiv reaktans* - X_C får vi følgende uttrykk:

V $$i = X_C \cdot U_{maks} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\omega \cdot C = \frac{I}{U}$$

eller:

$$\frac{1}{\omega \cdot C} = X_C = \frac{U}{I}$$

Dette gir formelen for *kapasitiv reaktans*:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Vi ser at formel **IV** representerer en sinuskurve mens strømmen i formel **V** representerer en cosinuskurve. Effektivverdiene for en cosinuskurve og en sinuskurve vil forholde seg likt. Derfor får vi formelen for effektivverdiene:

Ohms lov for en ideell kondensator:

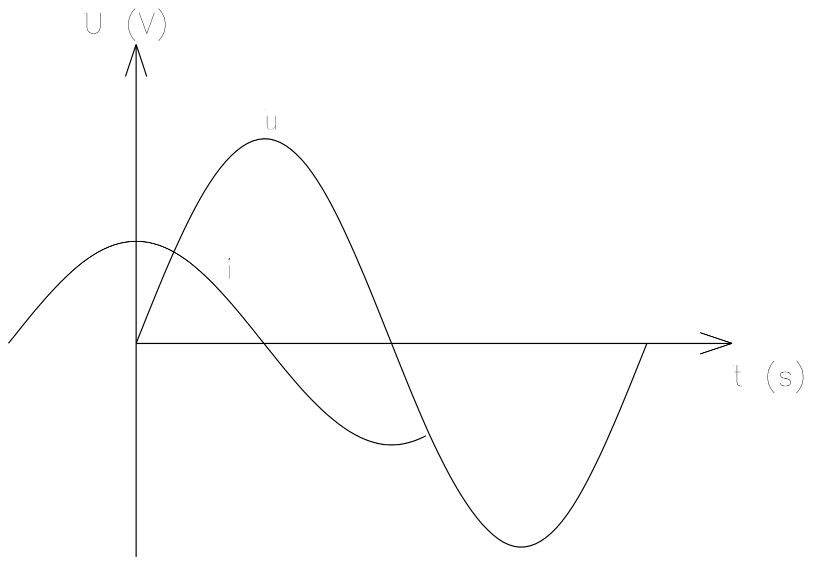
$$\boxed{U = I \cdot X_C} \qquad 7.1.9$$

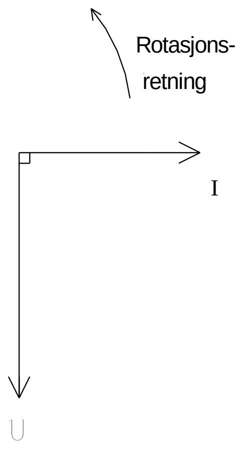
Kapasitiv reaktans i forhold til selvinduktans:

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}} \qquad 7.1.10$$

U	spenning (V)
I	strøm (A)
X_C	kapasitiv reaktans (Ω)
ω	vinkelfrekvens (s^{-1})
f	frekvens (Hz)
C	kapasitansen (F)

Figur 7.1.11





Nullgjennomgangen til strøm- og spenningskurven er 90° forsøvet i forhold til hverandre.

I en ideell kondensator ligger strømmen 90° før spenningen.

Vektordiagrammet viser 90° forskyvning mellom effektivverdiene til strøm og spenning.

Spenningen U_L og U_C blir 180° forskjøvet fordi vi bruker strømmen som referanse for en spole og spenningen som referanse for en kondensator.

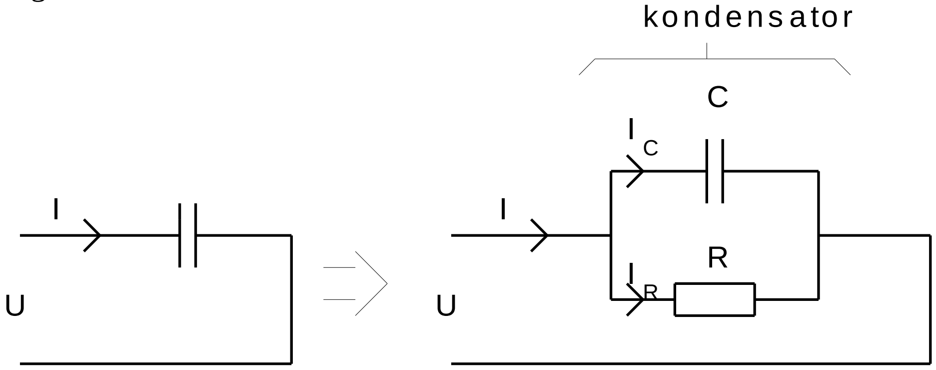
IKKE-IDEELL KONDENSATOR TILKOPLET VEKSELSTRØM

I en ikke ideell kondensator flyter det en svært liten strøm når kondensatoren skal sperre for strømgjennomgang. Kondensatoren må da ha en teoretisk resistans med meget høy resistansverdi som er koplet i parallell.

Fordi kondensatoren virker som en parallellkopling vil spenningen over kondensatoren holde seg konstant. Vi kan da sette opp en strømtrekant for en ikke ideell kondensator. Den totale strømmen **I** består av ladestrømmen $\mathbf{I_C}$ og strømmen gjennom resistansen $\mathbf{I_R}$. (Se figur 7.1.13)

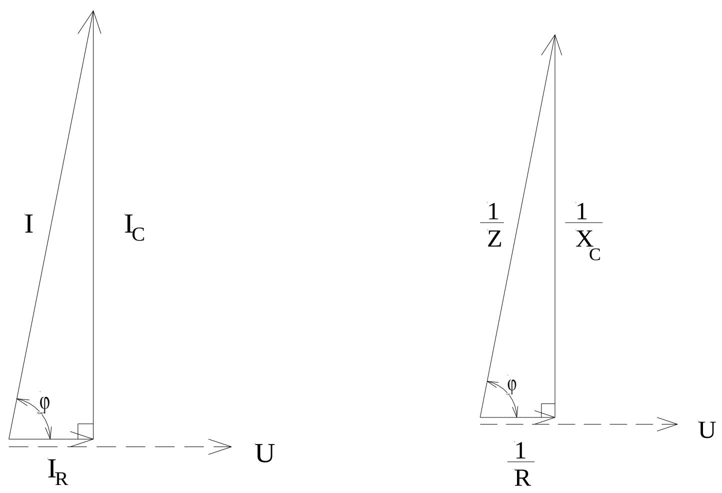
Fordi den resestive strømmen $\mathbf{I_R}$ er svært liten i forhold til ladestrømmen $\mathbf{I_C}$ kan vi vanligvis regne alle kondensatorer som ideelle.

Figur 7.1.12



Vektordiagram for en ikke-ideell kondensator:

Figur 7.1.13



Diagrammet er i 1. kvadrant fordi den induktive reaktansen og den kapasitive reaktansen er 180° forskjøvet og fordi en ikke ideell kondensator er en parallellkopling. I parallellkoplinger er strømmen konstant og plasseres langs den reelle akse, mens det i en seriekopling er spenningen som er konstant og plasseres langs den reelle akse. Dette er vist i kapittel 7.3.

Impedansen ved phytagoras:

$$\boxed{\frac{1}{Z}=\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{X_C}\right)^2}} \qquad 7.1.11$$

Impedansen ved kompleks regning:

$$\boxed{\overline{Z}=\frac{\overline{Z}_R\cdot\overline{Z}_{X_C}}{\overline{Z}_R+\overline{Z}_{X_C}}=\frac{R\cdot jX_C}{R+jX_C}} \qquad 7.1.12$$

(Se bruken av kalkulator ved kompleks regning bakerst i kapittel 7.1)

$$\boxed{U=I\cdot Z} \qquad 7.1.13$$

Vinklene til trekanten kan finnes ved formlene:

$$\cos\varphi=\frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{R}$$

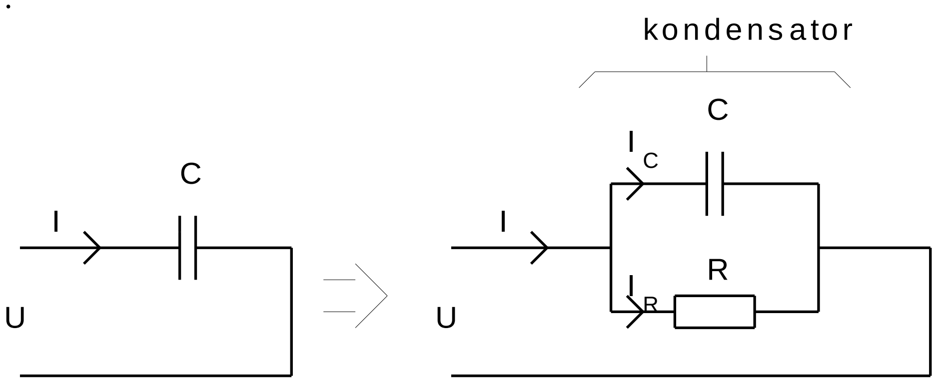
$$\boxed{\cos\varphi=\frac{Z}{R}} \qquad 7.1.14$$

$$\sin\varphi=\frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{Z}}=\frac{Z}{X_C}$$

$$\boxed{\sin\varphi=\frac{Z}{X_C}} \qquad 7.1.15$$

Z	impedansen til en ikke-ideell kondensator (Ω)
R	resistansen i en kondensator (Ω)
X_C	kapasitiv reaktans (Ω)
φ	fasevinkelen mellom den inverse verdien av impedansen og spenningen (eller mellom spenning og strøm) (°)
cosφ	effektfaktor
U	spenningen (V)
I	strømmen (A)

Eksempel 7.1.2
:



Finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen når resistansen i kondensatoren er 5000 Ω og den kapasitive reaktansen til kondensatoren er 5 Ω.

Løsning:

$$\overline{Z} = \frac{R \cdot jX_C}{R + jX_C} = \frac{5000\Omega \cdot j5\Omega}{5000\Omega + j5\Omega} = \frac{0 + j25000(\Omega^2)}{5000\Omega + j5\Omega} = \frac{25000\angle 90°}{5000{,}0025\angle 0{,}0573°} \approx \underline{\underline{5\Omega\angle 89{,}94°}}$$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 90° - 0{,}0573° = \underline{89{,}94°}$$

Bruk av kalkulator:

Regn ut impedansen under brøkstreken (nevneren) først slik som på foregående side. Sett utregnet impedans inn i minnet. Regn ut impedansen over brøkstreken (telleren) og del denne med den under brøkstreken. Dette gir total impedans.

Vinkelen φ_2 under brøkstreken trekkes fra vinkelen φ_1 over brøkstreken. φ er faseforskyvningsvinkelen for en ikke ideelle kondensator.

OPPGAVER

7.1.1

En krets med en ideell resistans har en spenning på 230 V og en strøm på 5 A. Hva blir resistansen i kretsen?

7.1.2

En ideell spole har en selvinduktans på 63,7 mH. Spolen er tikoplet en spenning på 230V, 50 Hz.

a) Hva blir den induktive reaktansen til spolen?
b) Finn impedansen -og strømmen gjennom spolen.

7.1.3

En ideell kondensator har en kapasitans på 45,47 μF. Kondensatoren er tilkoplet en spenning på 230 V, 50 Hz.

a) Hva blir den kapasitive reaktansen til kondensatoren?
b) Finn impedansen -og strømmen gjennom kondensatoren.

7.1.4

En spole har en resistans på 2 Ω og en selvinduktans på 31,83 mH. Spolen blir tilkoplet 110 V, 50 Hz.

a) Finn den induktive reaktansen til spolen.
b) Hva blir spolens impedans og faseforskyvningsvinkel?
c) Finn effektfaktoren (cosφ).
d) Beregn strømmen gjennom spolen.

7.1.5

En spole blir tilkoplet 100 V likestrøm og det går 20 A gjennom spolen. Etterpå blir spolen tilkoplet 210 V, 50 Hz og da går det 3 A.

a) Finn spolens resistans.
b) Hva blir spolens impedans?
c) Beregn spolens iduktive reaktans og selvinduktans.
d) Hva blir spolens faseforskyvningsvinkel og effektfaktor?
e) Tegn impedanstrekanten for spolen i målestokk 1 cm=5 Ω. Kontroler utregnede verdier.

7.1.6

En spole har en faseforskyvningsvinkel på 30° og en impedans på 120 Ω. Spolen blir tilkoplet 440 V, 60 Hz. Spolen er plassert i en båt.

a) Finn spolens resistans og induktive reaktans.
b) Hva blir spolens effektfaktor?
c) Beregn selvinduktans.

7.1.7

En spole har en resistans på 13 Ω og en reaktans på 25 Ω. Sett opp det komplekse uttrykket for verdiene og finn impedansen og faseforskyvningsvinkelen.

7.1.8

En spole som blir tilkoplet en spenning får en impedans på 10 Ω og har en faseforskyvningsvinkel på 53,13°. Sett opp det komplekse uttrykket for verdiene og finn resistansen og reaktansen i spolen.

7.1.9

Hva er de konstante verdiene for en ideell resistans, ideell spole og ideell kondensator?

7.1.10

En kondensator har en kapasitans på 26,52 μF. Hva blir kondensatorens reaktans og strømgjennomgang ved en spenning på 440 V, 60 Hz?

7.1.11

En ikke-ideell kondensator har en resistan på 10 kΩ og en kapasitans 31,83 μF. Kondensatoren blir tilkoplet en spenning på 230 V, 50 Hz. Hva blir kondensatorens impedans og fase-forsyvningsvinkel.

7.1.12

En kondensator har en resistans på 7 kΩ og en kapasitans 53,05 μF. Kondensatoren blir tilkoplet en spenning på 440 V, 60 Hz.

a) Finn kondensatorens kapasitive reaktans.
b) Hva blir impedansen -og faseforskyvningsvinkelen i kondensatoren?
c) Finn effektfaktoren.

7.1.13

Hvilken frekvens har en ideell kondensator med kapasitans på 23,87 μF. Kondensatoren blir tilkoplet en spenning på 200 V og har en strøm på 0,5 A.

7.1.14

En spole på 58,80 mH blir tilkoplet en likespenning på 115 V og har en likestrøm på 30 A. Spolen blir senere tilkoplet vekselspenning på 350 V og det utvikles en strøm på 35 A. Hvilken frekvens har vekselspenningen?