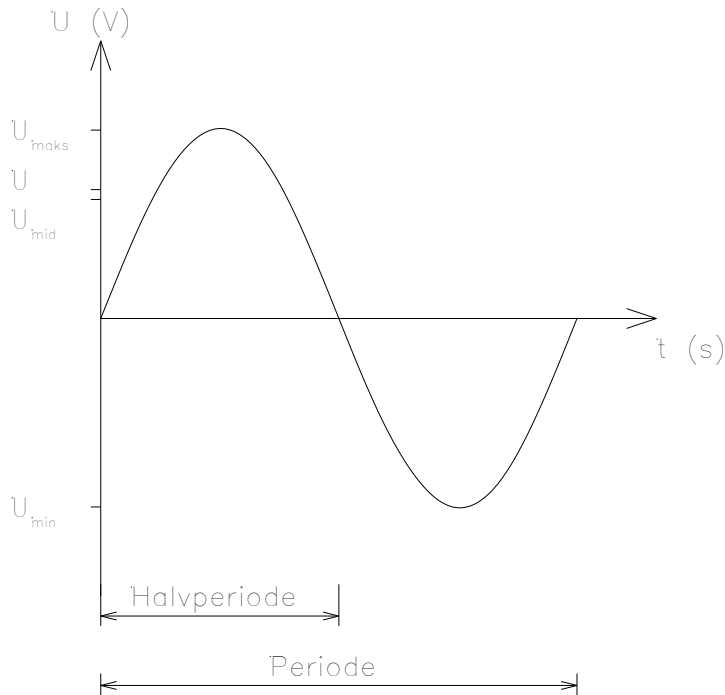


6.1 BEGREPER TIL SINUSKURVE

Til sinuskurven i figur 6.1.1 er det noen definisjoner som blir brukt i vekselstrømmen.

Figur 6.1.1



PERIODE T (s)

En periode er fra et punkt på en kurve og til der hvor kurven begynner å gjenta seg selv.

FREKVENS f (Hz)

Frekvens er antall perioder pr sekund.

ØYEBLIKKSVERDI eller MOMENTANVERDI u (V), i (A)

Øyeblikksverdien til en kurve i det tidsøyeblikket eller på det punktet på kurven en ønsker å se på verdien. Verdien fra t -aksen og opp til kurven.

(Øyeblikksverdi er det samme som momentanverdi og det benyttes vanligvis små bokstaver for å angi øyeblikksverdier)

MAKSIMALVERDI U_{maks} (V), I_{maks} (A)

Maksimalverdi er den verdi som er lengst over tidsaksen.

MINIMUMSVERDI U_{min} (V), I_{min} (A)

Minimumsverdi er den verdi som er lengst under tidsaksen.

MIDDELVERDI U_{mid} (V), I_{mid} (A)

Middelverdi til en kurve er gjennomsnittsverdien til en kurve i et begrenset tidsrom.

TOPP TIL TOPPVERDI U_{tt} (V), I_{tt} (A)

Topp til toppverdi er avstanden mellom maksimalverdi og minimumsverdi.

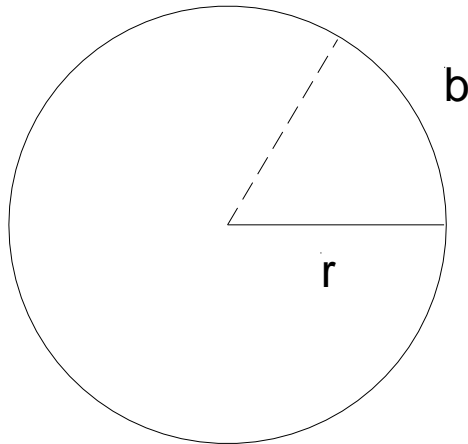
EFFEKTIVVERDI U (V), I (A)

Effektivverdien til en vekselstrøm eller vekselspanning er den verdien som gir samme effekt ved en tilsvarende likestrøm eller likespenning

VINKELFREKVENNS (VINKELHASTIGHET)

Fra matematikken kjenner vi omkretsen av en sirkel eller halv sirkel.

Figur 6.1.2



Når radiusen **r** er lik buelengden **b** ($r=b$) går det 3,14 buelengder på en halvsirkel. Det nøyaktige antall buelengder på halvsirkelen er π og på en hel sirkel 2π .

Vinkelfrekvens ω er antall radianer som passerer i løpet av et sekund.

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

6.1.7

Frekvens er antall perioder pr sekund.

$$f = \frac{1}{T}$$

6.1.8.A

u	øyeblikksverdi av spenning (V)
U_m	maksimalverdi av spenning (V)
i	øyeblikksverdi av strømmen (A)
I_m	maksimalverdi av strømmen (A)
ω	vinkelfrekvens (s^{-1})
f	frekvens (Hz) - antall perioder pr sekund
t	tiden (s)

ØYEBLIKKSVERDI

Øyeblikksverdi av strøm eller spenning er en verdi i et bestemt tidsøyeblikk

Fra magnetismen har vi formel 5.2.3 for induksjon:

$$e = E_{maks} \cdot \sin \alpha$$

Formelen kan også uttrykkes for en spenning:

$$u = U_m \cdot \sin \alpha \quad 6.1.3$$

eller for en strøm:

$$i = I_m \cdot \sin \alpha \quad 6.1.4$$

Når tidsaksen er inndelt i grader (et omløp 360°)

Når en vinding har rotert med en vinkelhastighet på et bestemt antall radianer pr sekund ω har den etter tiden t gjennomløpt en vinkel på:

$$\alpha = \omega \cdot t$$

Dette gir oss:

$$u = U_m \cdot \sin \omega t \quad 6.1.5$$

$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad 6.1.6$$

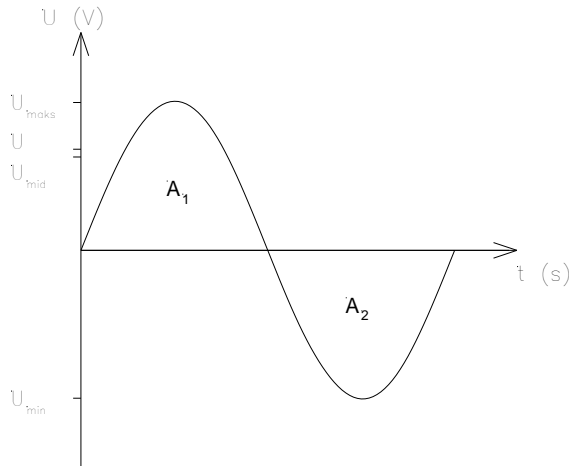
Når tidsaksen er inndelt i radianer (et omløp 2π)

MIDDELVERDI (GJENNOMSNITTSVERDI)

Middelverdi er gjennomsnittsverdien av arealet til en kurve over en tidsperiode:

Middelverdi til en periode av en sinuskurve:

Figur 6.1.3



For en sinuskurve blir middelverdien null over en periode. Arealet av de to kurvene opphever hverandre, fordi det ene arealet er positivt og det andre er negativt.

$$A_T = A_1 + (-A_2) = 0$$

Middelverdi til en halv periode av en sinuskurve A_1 :

$$|I_{mid}| = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt \quad \text{for en periode}$$

$$|I_{mid}| = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} i \cdot dt \quad \text{for en halv periode}$$

Setter vi uttrykket for øyeblikksverdi av en sinusformet strøm får vi uttrykket:

$$|I_{mid}| = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} I_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Når vi løser integralet får vi:

$$|I_{mid}| = \frac{2}{T} \cdot \frac{I_{maks}}{\omega} \cdot [-\cos(\omega \cdot t)]_0^{\frac{T}{2}}$$

Ved å sette inn grenseverdiene i uttrykket får vi:

$$|I_{mid}| = -\frac{2}{T} \cdot \frac{I_{maks} \cdot T}{2 \cdot \pi} \cdot [\cos(2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{2}) - \cos 0]$$

$$\boxed{I_{mid} = \frac{2}{\pi} \cdot I_{maks}} \quad 6.1.9$$

Verdien over er en absoluttverdi og gjelder for en pulserende positiv likestrøm.

Samme utledning gjelder også for spenningen:

$$\boxed{U_{mid} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{maks}} \quad 6.1.8$$

U_{mid} middelverdi av spenning (V)

U_{maks} maksimalverdi av spenning (V)

I_{mid} middelverdi av strømmen (A)

I_{maks} maksimalverdi av strømmen (A)

Middelverdien til strøm eller spenning for en halvperiode er 63,6 % av maksimalverdi.

EFFEKTIVVERDI

Effektivverdien til en vekselstrøm eller vekselspenning er en verdi som gir samme effekt eller arbeid og som er lik en konstant likestrøm eller likespenning.

Arbeid i en likestrømskrets:

$$W = I^2 \cdot R \cdot T$$

Arbeid i en vekselstrømskrets:

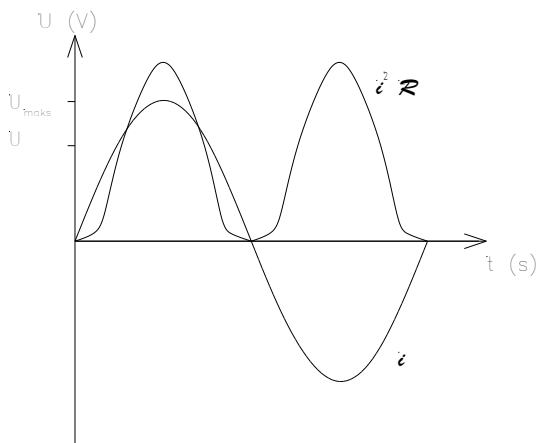
$$W = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt$$

Arbeid i en vekselstrømskrets sammenlignet med en likestrømskrets:

$$I^2 \cdot R \cdot T = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt$$

Tegner vi en kurve for uttrykket $i^2 \cdot R$ ser den som figur 6.1.4

Figur 6.1.4



Uttrykket over kan settes på formen:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt$$

Resistansen kan trekkes utenfor integraltegnet fordi det er en konstant verdi og forkortes bort.

Fra figuren ser vi at strømmen er sinusformet, dette gir oss:

$$I^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I_{maks}^2 \cdot \sin^2(\omega \cdot t) \cdot dt$$

Fra matematikken vet vi:

$$\sin^2(\omega \cdot t) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2 \cdot \omega \cdot t))$$

Når vi løser opp integralet får vi:

$$I^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{1}{2} \cdot I_{maks}^2 \left[t - \frac{1}{2 \cdot \omega} \cdot \sin(2 \cdot \omega \cdot t) \right]_0^T$$

Setter vi inn grenseverdiene i uttrykket over:

$$I^2 = \frac{I_{maks}^2}{2} \cdot T$$

$$I = \frac{I_{maks}}{\sqrt{2}}$$

6.1.2

Samme utledning gjelder for effektivverdien av spenning:

$$U = \frac{U_{maks}}{\sqrt{2}}$$

6.1.1

For effektivverdiene av strøm og spenning brukes symbolene I og U.

- U effektivverdien av spenning (V)
- U_{maks} maksimalverdien av spenningen (V)
- I effektivverdien av strømmen (A)
- I_{maks} maksimalverdien av strømmen (A)

Effektivverdien til strøm eller spenning er 70,7 % av maksimalverdien.

TOPPFAKTOR

Toppfaktor er forholdet mellom maksimalverdi og effektivverdi til en kurve.

$$k_t = \frac{U_m}{U} = \frac{U_{maks}}{\frac{U_{maks}}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} = 1.41$$

$$\boxed{k_t = \frac{U_m}{U}}$$

6.1.10

k toppfaktoren

FORMFAKTOREN

Formfaktoren er forholdet mellom effektivverdi og middelveiden til en kurve.

$$k_f = \xi = \frac{U}{U_{mid}} = \frac{\frac{U_{maks}}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\pi} \cdot U_{maks}} = \frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1,11$$

$$\boxed{k_f = \xi = \frac{U}{U_{mid}}}$$

6.1.11

Et dreiespoleinstrument måler middelveiden til en spenning og skalaen er gradert til 1,11. Hvis en spenning ikke er sinusformet vil et dreiespoleinstrument vise feil effektivverdi.

$k_f = \xi$ formfaktoren

Eksempel 6.1.1

Maksimalverdien til en sinusformet spenning er 325,3 V ved frekvensen 50 Hz.

- Finn effektivverdien til spenningen.
- Hva blir middelverdien til en halvperiode av sinusspenningen?
- Beregn øyeblikksverdien til spenningen etter 30° og $3\pi/4$.
- Finn øyeblikksverdien til spenningen 53 ms etter at spenningen er blitt slått på.

Løsning:

- a) Effektivverdien:

$$U = \frac{U_{maks}}{\sqrt{2}} = \frac{325,3V}{\sqrt{2}} = \underline{\underline{230,0V}}$$

- b) Middelverdien av en halvperiode:

$$U_{mid} = \frac{2}{\pi} \cdot U_{maks} = \frac{2}{\pi} \cdot 325,3V = \underline{\underline{207,1V}}$$

- c) Øyeblikksverdien ved 30° og $3\pi/4$:

$$u = U_{maks} \cdot \sin \alpha = 325,3V \cdot \sin 30^\circ = \underline{\underline{162,7V}} \quad \text{DEG-innstilling, kalkulator}$$

$$u = U_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t) = 325,3V \cdot \sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \underline{\underline{230,0V}} \quad \text{RAD-innstilling, kalkulator}$$

- d) Øyeblikksverdien etter 53 ms:

$$u = U_{maks} \cdot \sin(\omega \cdot t) = U_{maks} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) = 325,3V \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50\text{Hz} \cdot 53 \cdot 10^{-3}\text{s}) = \underline{\underline{-263,2V}}$$

(RAD)

eller løst via grader:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50\text{Hz}} = 20 \cdot 10^{-3}\text{s} \quad \frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{53 \cdot 10^{-3}\text{s}}{20 \cdot 10^{-3}\text{s}} \quad \alpha = \underline{\underline{954^\circ}}$$

$$u = U_{maks} \cdot \sin \alpha = 325,3V \cdot \sin 954^\circ = \underline{\underline{-263,2V}}$$

(DEG)

OPPGAVER

6.1.1

Finn effektivverdien til en sinusformet kurve med maksimalverdi på 325,3 V.

6.1.2

Hva blir maksimalverdi og middelvei for en halvperiode til en sinusstrøm med effektivverdi på 10 A?

6.1.3

Middelvei til en halvperiode av en spenning er på 200 V. Beregn effektivverien og maksimalverdien til spenningen.

6.1.4

Med et digitalt voltmeter måler vi effektivverdien til en spenning til 440 V i en båt.

- Hva blir maksimalverdien av spenningen?
- Finn middelvei for halvperiode, hel periode samt for en og en halv (1,5) periode av spenningen.
- Beregn toppfaktoren for spenningen.
- Hva blir formfaktoren til en halvperiode og en hel periode.

6.1.5

Finn øyeblikksverdiene til en sinusformet spenning med effektivverdien 200 V etter 45°, 60°, 180° og 230°.

6.1.6

Finn øyeblikksverdiene til en sinusformet strøm med maksimalverdi 125 A etter $\pi/4$, $2\pi/3$, π og $3\pi/2$.

6.1.7

Hva blir øyeblikksverdiene til en sinusformet spenning med verdiene $U=150$ V, 50 Hz, etter 4 ms, 5 ms, 7 ms, 12 ms og 16 ms?

6.1.8

Tegn en sinuskurve for en spenning med maksimalverdi 311 V. Sett av øyeblikksverdiene for hver 30° . grad. Bruk målestokk 1 cm=40 V og $\pi/6=1$ cm.

6.1.9

Tegn en sinuskurve for en strøm med maksimalverdi 22,63 A. Sett av øyeblikksverdiene for hver $\pi/6$ deler. Bruk målestokk 1 cm=2 A og $\pi/6=1$ cm.

6.1.10

Tegn en sinuskurve for en spenning med effektivverdi 110 V og 50 Hz. Sinuskurven skal tegnes for hvert 2,5. ms i tidsintervallet 0 og 20 ms. Bruk målestokk 1 cm=20 V og 2,5 ms=2 cm.

6.1.11

En sinuskurve har øyeblikksverdier for en spenning i øyeblikkene 30° , 40° , 60° og 135° . (Tids-øyeblikksverdiene finnes ved forholdsregning).

- Finn verdiene i eksakte tall langs tidsaksen i radianer.
- Hva blir verdiene langs tidsaksen i ms når frekvensen er 60 Hz?

6.1.12

En sinuskurve har øyeblikksverdier for spenning i øyeblikkene $\pi/6$, $\pi/5$, $3\pi/4$ og $5\pi/2$.

- Finn verdiene langs tidsaksen i grader.
- Hva blir verdiene langs tidsaksen i ms når frekvensen er 60 Hz?

6.1.13

En sinuskurve har øyeblikksverdier for spenning i øyeblikkene 1,67 ms, 2,5 ms, 5 ms 8 ms og 19 ms ved en frekvens på 50 Hz.

- Finn verdiene langs tidsaksen i grader.
- Hva verdiene langs tidsaksen i radianer?