

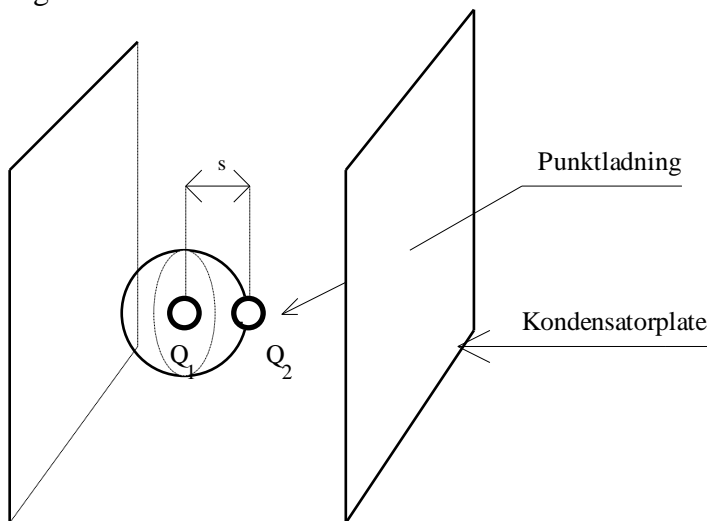
4.5 KREFTER I ET ELEKTRISK FELT

ELEKTRISK FELT - COLOMBS LOV

Den franske fysikeren Charles de Columb er opphavet til Colombs lov.

Kraften mellom to punktladninger er proporsjonal med produktet av kulenes ladninger, og omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden mellom punktladningene.

Figur 4.5.1



Colomb benyttet en *Torosjonsvekt* for å komme fram til Colombs lov.

Når det brukes *Torosjonsvekt* for å bevise Colombs lov må det plasseres to kuler som representerer punktladningene. Den ene kula monteres fast inne i *Torosjonsvekta*. Den andre kula henges fritt opp i f.eks en tråd inne i vekta. Det er vakuum inne i *Torosjonsvekta*.

Hvis en tenker seg figur 4.5.1 som en *Torosjonsvekt* representerer kula Q_1 ladningen Q_1 som er fast montert og kula Q_2 representerer ladningen Q_2 og er fritt opphengt. Det kan da gjøres følgende forsøk:

1. Kula Q_1 har en fast positiv ladning mens kula Q_2 ikke har noen ladning. Kulene berører hverandre og kula Q_1 gir fra seg halvparten av ladningen sin til kula Q_2 . Ladningen til kulene blir lik og kula Q_2 beveger seg vekk fra kula Q_1 , fordi kulene får lik ladning og fordi tyngdekraften overtar kraften til den fritt opphengte kula Q_2 .
2. Hvis ladningen økes eller minskes vil resultat bli det samme.

I Colombs matematiske uttrykk vil den ene kula Q_1 representere areal av en teoretisk vakuumkule rundt kula Q_1 hvor kula Q_2 tangerer i avstanden s et sted på vakuumarealet til kula Q_1 . Avstanden s til vakuumkula tilsvarer radiusen r i kula.

Areal av en kule (arealet av vakuumbule):

$$A = 4\pi \cdot r^2$$

Konstanten for to punktladninger (kuler) i vakuumbule når avstanden mellom kulene er fast:

$$k = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot s^2}$$

Den gjensidige kraften mellom punktladningene uttrykt arealet vakuumbulet som en konstant:

$$F = k \cdot Q_1 \cdot Q_2$$

Colombs lov uttrykt matematisk for vakuumbule:

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s^2}$$

Colombs lov uttrykt matematisk generelt:

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot s^2}$$

4.5.1

F	gjensidig kraft mellom to punktladninger (N)
Q_1	ladningen i punkt 1 (C)
Q_2	ladningen i punkt 2 (C)
ϵ	permittiviteten (F/m)
s	avstanden mellom punktladningene (m)

EKSEMPEL 4.5.1

To ladninger i vakuum har en ladning hver på $1,5 \cdot 10^{-9} \text{C}$. Avstanden mellom punktladningene er 0,5 mm og ladningene er plassert i vakuum. Hvilken kraft virker på de to punktladningene?

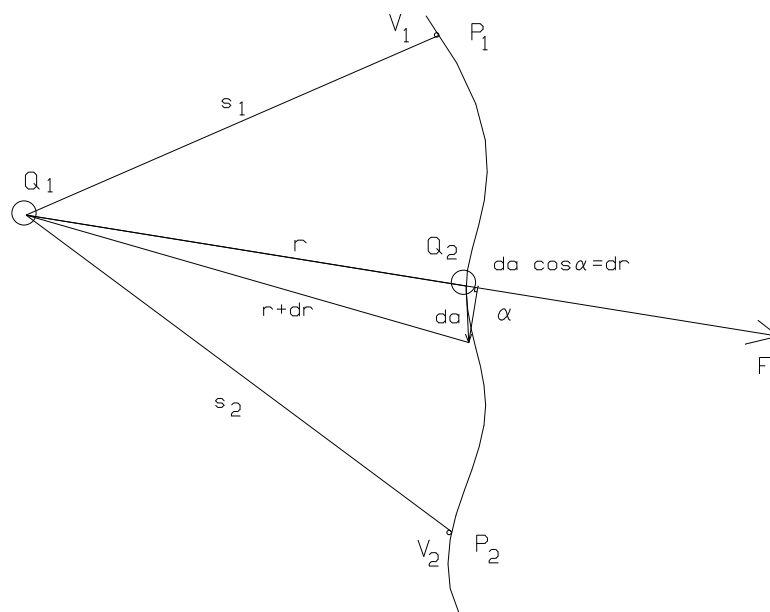
Løsning:

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot s^2} = \frac{1,5 \cdot 10^{-9} \text{C} \cdot 1,5 \cdot 10^{-9} \text{C}}{4 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \cdot (0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2} = \frac{80,9 \cdot 10^{-3} \text{ N}}{1} = \underline{\underline{80,9 \text{ mN}}}$$

ARBEID OG POTENSIAL VED FORFLYTNING AV EN PUNKTLADNING

Ladninger i et elektrisk felt mellom to kondensatorplater vil alltid være i bevegelse i forhold til hverandre. Når en ladning beveger seg mellom to punkter på ladningens bane vil den utføre et arbeid. Samtidig vil hele tiden ladningens potensial forandre seg mens ladningen er under bevegelse.

Figur 4.5.2



Figur 4.5.2 viser en punktladning Q_1 som beveger seg i forhold til en annen punktladning Q_2 . I det punktet hvor kraften undersøkes trekkes da som en tangent til ladningens bane.

Den kraften som utøves på punktladningen når punktladningen Q_2 beveger seg den svært lille strekningen da :

$$dW = F \cdot da \cdot \cos \alpha = Q \cdot E \cdot da \cdot \cos \alpha = Q \cdot E \cdot dr$$

For å finne arbeide mellom punktene P_1 og P_2 må en integrere den svært korte strekningen som er analysert i likningen over:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F \cdot dr = \int_{s_1}^{s_2} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s^2} \cdot dr = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \left[\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2} \right]_{s_1}^{s_2}$$

Arbeidet som utføres i punkt 1 når ladningen Q_2 er i bevegelse mot punkt 2:

$$W_1 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_1} \quad 4.5.2$$

Dette forutsetter at avstanden s_2 er uendelig mye lengre enn avstanden s_1 . Avstandene er mellom Q_1 og Q_2 .

W_1 arbeide i punkt 1 (J)

Potensialet i punkt V_1 er den energi pr ladning i punktet i avstanden s_1 fra Q_1 :

$$V_1 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_1} \quad 4.5.3$$

Potensialet i punkt V_2 er den energi pr ladning i punktet i avstanden s_2 fra Q_1 :

$$V_2 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_2} \quad 4.5.4$$

V_1 potensialet i punkt 1 (V)

V_2 potensialet i punkt 2 (V)

ϵ_0 brukes når ladningen beveger seg i vakuum eller luft

EKSEMPEL 4.5.2

To elektroner med ladning $1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ befinner seg i et elektrisk felt. Avstanden mellom punktladningene er 0,5 mm ved punkt 1 og elektronene er plassert i vakuum.

- Hvilket arbeid utfører punktladningen i punkt 1?
- Finn potensialene i punkt 1 og 2 i forhold til ladningen Q_1 . Når avstanden mellom Q_1 og punkt 2 er 5 mm.

Løsning:

- Arbeidet i punkt 1:

$$W_1 = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}}{4 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{m}} = \underline{\underline{4,60 \cdot 10^{-25} \text{J}}}$$

- Potensial i punkt 1 i forhold til ladningen Q_1 .

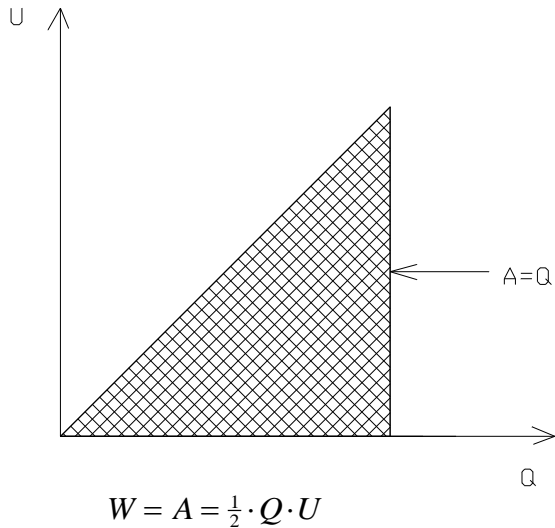
$$V_1 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_1} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}}{4 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \text{m}} = \underline{\underline{2,88 \cdot 10^{-6} \text{V}}}$$

Potensial i punkt 2 i forhold til ladningen Q_1 .

$$V_2 = \frac{Q_1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot s_2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}}{4 \cdot \pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{m}} = \underline{\underline{0,288 \cdot 10^{-6} \text{V}}}$$

ELEKTRISK FELTENERGI

Figur 4.5.3



Under oppladning tar en kondensator i mot energi. Kondensatorplatene vil da få forskjellig potensial og de vil tiltrekke hverandre. Denne tiltrekningskraften er lik den kraften som virker for å holde platene stille slik at de ikke berører hverandre og kortslutter kondensatoren.

Når kondensatoren blir ladet opp kan vi se på det arbeide som foregår i et lite tidsintervall Δt .

$$W = u_c \cdot i_c \cdot \Delta t = u_c \cdot \Delta q = \frac{q}{C} \cdot \Delta q$$

Gjør vi tidsintervallet mindre kaller vi det i matematikken for derivasjon. Samme formel som over, men uttrykt via derivasjon:

$$W = u_c \cdot i_c \cdot dt = u_c \cdot dq = \frac{q}{C} \cdot dq$$

For å finne den energien som lagres i kondensatoren må vi finne arealet (energien) under oppladning kurven på denne energi kalles *elektrisk feltenergi*. Dette kan løses ved integrasjon av formelen over fra tidsrommet kondensatoren var nøytralt oppladet 0 til maksimal ladning Q (stor bokstav for symbol ved maksimal ladning).

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} \cdot dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} \cdot U \cdot C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$$

Dette gir oss formelene for elektrisk feltenergi:

$$W = \frac{1}{2} \cdot U \cdot Q \quad 4.5.5$$

(Denne formelen kan vi lese direkte ut fra diagram 4.5.3 uten å gå via integralet over).

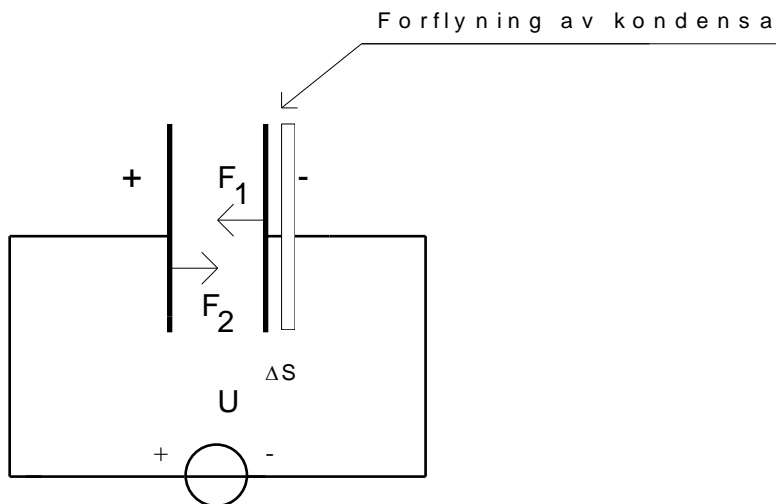
og formelen

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 \quad 4.5.6$$

W Feltenergien til kondensatorplatene (J)

KRAFTEN MELLOM KONDENSATORPLATER

Figur 4.5.4



Kraften som virker på platene kan finnes ved hjelp den elektriske feltenergien til platene og den mekaniske energien som holder platene fra hverandre. disse kreftene er lik og kan settes opp på formene I og II.

Hvis den ene kondensatorplaten flyttes en liten avstand Δs fra den andre platen holdes feltstyrken E konstant fordi den lille forandring i avstanden mellom platene er svært liten i forhold til avstanden mellom platene.

Uttrykk for mekanisk arbeid når platene flyttes Δs fra hverandre:

$$\text{I} \quad \Delta W = F \cdot \Delta s$$

Uttrykk for en liten endring av feltenergien ved kombinasjon av formlene::

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot E^2 \cdot \Delta s \quad \text{og} \quad C = \frac{Q}{E}$$

$$\text{II} \quad \Delta W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot E \cdot \Delta s$$

Setter likning I og II opp mot hverandre:

$$F \cdot \Delta s = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot E \cdot \Delta s \quad | : \Delta s$$

Kraften mellom to ladde plater:

$$F = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot E$$

4.5.7

- F kraften mellom to kondensatorplater (N)
Q ladningen (C)
E feltstyrken (V/m)

OPPGAVER

4.5.1

Et elektron som er mellom to kondensatorplater har en ladning på $1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Avstanden mellom platene er 5 mm og spenningen som blir tilført kondensatoren er 230 V likespenning. Hvilken kraft virker på elektronet?

4.5.2

Ladningen til et punkt er $1,0 \cdot 10^{-9}$ C og til et annet punkt er $0,8 \cdot 10^{-9}$ C. Avstanden mellom punktene er 5 mm og isolasjonen er vakuum. Hvilken kraft virker på de to punktladningene?

4.5.3

Ladningen til et punkt er $1,3 \cdot 10^{-9}$ C og til et annet punkt er $0,9 \cdot 10^{-9}$ C. Kraften som virker på de to ladningene er $5,0 \cdot 10^{-3}$ N. Hvilken avstand er det mellom platene når isolasjonsstoffet er vakuum?

4.5.4

En kondensator med en ladning på $1,5 \cdot 10^{-8}$ C har en feltstyrke på $5 \cdot 10^5$ V/m. Hvilken kraft virker på platene når det er luft mellom platene?

4.5.5

En kondensator med bakelitt mellom platene har et plateareal på 50 cm^2 og en avstand mellom platene på 1,5 mm. Platene er tilkopleet en spenning på 110 V. Hvilken kraft må til for å holde platene i en avstand på 1,5 mm?

4.5.6

To elektroner med ladning $1,6 \cdot 10^{-19}$ C befinner seg i et elektrisk felt. Avstanden mellom elektronene er $1 \cdot 10^{-3}$ mm. Elektronene er plassert i vakuum. (Se figur 4.5.1 og 4.5.2 i læreboka).

- Finn kraften som virker på de to elektronene når elektron Q_2 er i punkt 1.
- Hvilket arbeid utfører punktladningen i punkt 1?
- Finn potensialet i punkt 1 og punkt 2 i forhold til ladningen Q_1 når avstanden mellom Q_1 og punkt 2 er 0,5 mm.

4.5.7

To ladninger utfører når Q_2 er i punkt 1 et arbeid på $4,50 \cdot 10^{-24}$ J. Avstanden mellom ladningene er i punkt 1 $0,2 \cdot 10^{-2}$ mm og i punkt 2 $50 \cdot 10^{-2}$ mm. Ladningene er plassert i et dielektrikum av olje.

- Finn ladningen Q_1 og Q_2 når ladningene er like store og Q_2 befinner seg i punkt 2.
- Hva blir kraften som virker mellom ladningene i punkt 1 og i punkt 2?
- Finn potensialet i punkt 1 og punkt 2.